

FISICA MATEMATICA I
Compito Scritto - **Versione A**
01.03.11

1) Si consideri il sistema piano

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{2}(x - 3y) - x^5 \\ \dot{y} = \frac{1}{2}(3x - y) - 4y^3 \end{cases}$$

- 1.1) si verifichi che l'origine è equilibrio e si scriva la soluzione del problema di Cauchy per il sistema linearizzato.
- 1.2) si discuta la stabilità secondo Lyapunov dell'origine.

2) In un sistema di riferimento $\{O, x, y, z\}$ con asse z verticale ascendente, si consideri un punto pesante P di massa M vincolato a muoversi sulla superficie di equazione

$$4x^2 + 4y^2 + z^2 = 1,$$

Si richiede di:

- 2.1) scrivere la Lagrangiana;
- 2.2) determinare gli integrali primi del sistema;
- 2.3) tracciare il ritratto di fase del sistema ridotto.

3) In un sistema di riferimento $\{O, x, y\}$ con y asse verticale ascendente, si consideri un punto pesante P di massa M vincolato ad una guida di equazioni $x = y$. Sul punto P agisce una forza elastica lineare di costante κ , diretta verso l'origine degli assi O . Un'asta di lunghezza $l = 1$ e di massa trascurabile collega un punto Q di massa m al punto P . Si chiede di determinare le piccole oscillazioni attorno all'equilibrio stabile del sistema.