

Programma d'esame per Geometria 4 – Parte da 6 cfu (Prima parte) – a.a 2018/2019

Il programma della parte di teoria comprende tutti i seguenti paragrafi numerati da 1) a 5) mentre per il programma della parte di esercizi, per la prova scritta, comprende solo i paragrafi 1), 2), 4) e 5).

- 1) Varietà topologiche:** Definizione di spazio topologico localmente euclideo (di dimensione n) e di varietà topologica. Primi esempi. Le sfere S^n e gli spazi proiettivi reali P^n_R come varietà topologiche. Varietà topologiche a bordo.

- 2) Varietà differenziabili:** Definizione di atlante liscio, struttura differenziabile e varietà differenziabile. Teorema sugli atlanti massimali. Atlanti differenziabili sulle sfere. Struttura differenziabile sugli spazi proiettivi reali. Applicazioni differenziabili e loro composizione. Definizione di diffeomorfismo tra varietà lisce ed esempi. Teorema del rango per mappe lisce tra varietà differenziabili. Definizione di immersione, sommersione, embedding. Esempi. Definizione di sottovarietà (regolare) e immersa. Immersioni iniettive per varietà compatte e criterio affinché una fibra sia una sottovarietà.

- 3) Spazi tangenti:** Derivazioni e spazio tangente. Mappa pull-back. Derivate direzionali. Interpretazione geometrica dei vettori tangenti e loro espressione in coordinate locali. Mappa differenziale e sue proprietà. Base dello spazio tangente e cambio di coordinate. Espressione del differenziale in coordinate locali. Spazio tangente nei punti delle fibre di una mappa liscia.

- 4) Introduzione alle curve differenziabili in R^n .** Definizione di curva parametrizzata. Cambio di parametro e definizione di curva differenziabile in R^n . Curve regolari e vettore tangente. Lunghezza di un arco di curva e parametro arco per curve regolari. Proprietà del parametro arco ed esempi. Vettore tangente, retta tangente, curvatura e torsione, vettore normale, binormale Triangolo di Frenet.

- 5) Introduzione alle superfici:** Fogli semplici di superficie in R^3 . Superfici differenziabili in R^3 come varietà differenziabili di dimensione 2. Piano tangente vettoriale e affine. Superfici rigate. Coni, cilindri e rigate delle tangenti. Superfici di rotazione. Prima forma fondamentale. Calcolo di lunghezze di curve e di angoli tra curve. Area di una regione. Isometrie locali tra superfici. Versore normale. Mappa di Gauss e suo differenziale. Endomorfismo di Weingarten e sua simmetria. Seconda forma fondamentale. Curvature principali, direzioni principali di curvatura, curvatura media, curvatura gaussiana. Curvatura normale e suo calcolo attraverso la II forma fondamentale. Natura dei punti su di una superficie. Linee asintotiche e linee di curvatura. Il teorema Egregium di Gauss e sue conseguenze, Simboli di Christoffel e cenni al Teorema di Gauss Bonnet