

**Matematica del Discreto – Comunicazione Digitale**  
**11 Febbraio 2015**

<b>Cognome:</b>	<b>Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:</b>
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	<b>RITIRATO/A</b>
<b>Anno di Corso:</b>	

<b>Riservato alla Commissione</b>						
<b>Quesito</b>	<b>D</b>	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>E3</b>	<b>E4</b>	
<b>Voto</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>7</b>	<b>/30</b>

**Esercizio 1**

**(punteggio:2+2+2)**

Siano  $f, g, h$  le applicazioni dall'insieme  $\mathbf{R}$  in se stesso definite nel modo seguente:

$$f(x) = 5x + 5; \quad g(x) = -2x^2 - 2; \quad h(x) = kx - 1; \quad k, x \in \mathbf{R}.$$

- i) Determinare  $k$  in modo che  $f \circ h$  sia l'applicazione identica (il simbolo  $\circ$  denota l'usuale composizione di applicazioni).
- ii) Stabilire se  $g$  è iniettiva.
- iii) Stabilire se  $f$  è biunivoca.

**Svolgimento**

## Esercizio 2

(punteggio: 2+5)

Sia  $X=\{a,b,c,d,e\}$  e sia  $R$  la relazione su  $X$  così definita:

$$R = \{ (a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (e, e), (a, c), (c, d), (a, d) \}$$

1. Si scriva la matrice di incidenza di  $R$
2. Si stabilisca, giustificando brevemente le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F):
  - i)  $R$  è riflessiva
  - ii)  $R$  è simmetrica
  - iii)  $R$  è antisimmetrica
  - iv)  $R$  è transitiva
  - v)  $R$  è un'applicazione da  $X$  a  $X$ .

**Svolgimento:**

**Esercizio 3****(punteggio: 2+2+3)**

Siano:  $V = M(2; \mathbf{R})$  lo spazio vettoriale delle matrici quadrate  $2 \times 2$  a elementi reali,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ , e  $f: V \rightarrow V$  l'applicazione definita da  $f(X) = BX + XB - 2X$ , per ogni matrice  $X \in V$ .

- a) Si verifichi che  $f$  è lineare;
- b) si determini la dimensione  $\dim(\text{Im } f)$  del sottospazio immagine di  $f$  ;
- c) indicato con  $S$  il sottospazio di  $V$  costituito dalle matrici simmetriche, si determini una base del sottospazio  $S \cap \text{Ker } f$ .

**Svolgimento**

**Esercizio 4****(punteggio: 2+2+3)**

Sia  $g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  l'endomorfismo definito da  $g(a, b, c) = (c - a, b - c, a - b)$ , per ogni  $(a, b, c) \in \mathbf{R}^3$ .

- a) Stabilire se  $g$  è iniettivo;
- b) stabilire per quali valori del parametro reale  $k$  risulta  $(k, -2, 2 - k) \in \text{Im } g$ ;
- c) determinare autovalori e autovettori di  $g$ .

**Svolgimento**

**Matematica del Discreto – Comunicazione Digitale**  
**11 Febbraio 2015**

<b>Cognome:</b>	
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	
<b>Anno di Corso:</b>	

**Domanda**

**(punteggio: 2+2)**

- a) Dare la definizione di *partizione* di un insieme  $X$ .
- b) Dato  $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ , dire se i seguenti sottoinsiemi  $\{1,2\},\{3,4\},\{5,6,7\},\{7,8\}$  ne costituiscono una partizione

**Definizione**