

**Matematica del Discreto – Comunicazione Digitale**  
**26 Gennaio 2015**

<b>Cognome:</b>	<b>Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:  RITIRATO/A</b>
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	
<b>Anno di Corso:</b>	

<b>Riservato alla Commissione</b>						
<b>Quesito</b>	<b>D</b>	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>E3</b>	<b>E4</b>	
<b>Voto</b>	4	6	6	7	7	<b>/30</b>

**Esercizio 1**

**(punteggio:1.5+1.5+1.5+1.5)**

Data la seguente permutazione su 6 elementi,  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ , giustificare le seguenti affermazioni:

- a)  $\alpha^4 = I$ .
- b)  $\alpha^{-2} = \alpha^2$
- c)  $\alpha^{80}(2) = 2$ .
- d)  $\alpha$  è pari.

**Svolgimento**

**Esercizio 2****(punteggio: 2+4)**

Sia  $X=\{a,b,c,d,e\}$  e sia  $R$  la relazione su  $X$  così definita:

$$R=\{(a,a), (a,c), (a,d), (b,b), (b,e), (c,a), (c,c), (d,a), (d,d), (e,b), (e,e)\}.$$

1. Si scriva la matrice di incidenza di  $R$
2. Si stabilisca, giustificando brevemente le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F):
  - i.  $R$  è riflessiva
  - ii.  $R$  è simmetrica
  - iii.  $R$  è una relazione di equivalenza
  - iv.  $R$  è una relazione d'ordine.

**Svolgimento:**

**Esercizio 3****(punteggio: 1+3+3)**

Sia  $V = \mathbf{R}^4$  e in  $V$  si considerino il sottoinsieme  $U := \{(x, y, z, w) \in V \mid x - y + z - w = 0\}$  e il sottospazio vettoriale  $W$ , generato dai vettori  $(1, 0, 0, 1)$  e  $(0, 1, -1, 0)$ .

- a) Verificare che  $U$  è un sottospazio vettoriale di  $V$ ;
- b) determinare la dimensione  $\dim(U+W)$  del sottospazio  $U+W$  somma di  $U$  e  $W$ ;
- c) determinare una base per il sottospazio intersezione  $U \cap W$ .

**Svolgimento**

**Esercizio 4****(punteggio: 1+2+4)**

Sia  $V = M(2, \mathbf{R})$  lo spazio vettoriale delle matrici quadrate  $2 \times 2$  a elementi reali, e si consideri l'applicazione  $f: V \rightarrow V$ , definita da  $f(A) = A_T$  (trasposta di  $A$ ).

- a) verificare che  $f$  è lineare;
- b) stabilire se  $f$  è iniettiva;
- c) determinare autovalori e autovettori di  $f$ .

**Svolgimento**

**Matematica del Discreto – Comunicazione Digitale**  
**26 Gennaio 2015**

<b>Cognome:</b>	
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	
<b>Anno di Corso:</b>	

**Domanda**

**(punteggio: 4)**

Si dia la definizione di *anello*

**Definizione**