Matematica del Discreto – Comunicazione Digitale
10 Luglio 2014

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	
Voto	3	7	6	7	6	**/30**

Esercizio 1 **(punteggio:3+2+2)**

Si considerino, al variare del parametro h, i seguenti polinomi a coefficienti reali:

$$f_h(x) = 2x^3 - x^2 - (6+h)x - 2 \qquad h \in \mathbf{R}.$$

i) Determinare h in modo che $f_h(x)$ sia divisibile per $(x - 2)$ e per tali h si scomponga $f_h(x)$ in fattori irriducibili.

ii) Per $h= -1$ si determini il MCD monico tra $f_{-1}(x)$ e il polinomio $g(x) = 2x^2 - x - 1$.

Svolgimento

Esercizio 2 **(punteggio: 2+4)**

Nell'insieme delle matrici quadrate 2x2 a entrate reali, si consideri il sottoinsieme

$$T = \left\{ \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & z \end{bmatrix}, \mid x, y, z \in \mathbf{R} \right\}$$

1. Si dimostri che T è chiuso rispetto alle usuali operazioni di somma (+) e prodotto (◦) di matrici.
2. Si stabilisca se (T,+, ◦) è un anello.

<u>Svolgimento</u>

Esercizio 3 **(punteggio: 2+2+3)**

Sia $V = \mathbf{R}_3[x]$ lo spazio vettoriale dei polinomi a coefficienti reali in una indeterminata, di grado ≤ 3 e sia $f : V \to V$ l'applicazione definita ponendo

$$f(ax^3 + bx^2 + cx + d) = ax^3 + cx^2 + bx + d, \quad \text{per ogni polinomio } ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ in } V.$$

a) Verificare che f è lineare;
b) Determinare $\operatorname{Ker} f$;
c) Determinare autovalori ed autospazi di f.

Svolgimento

Esercizio 4 **(punteggio: 3+3)**

Si consideri il sistema di equazioni lineari $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, dove $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ k-1 & 2 & 3 \\ k & 1 & k \end{pmatrix}$ e $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 1+3k \end{pmatrix}$,

k essendo un parametro reale.

a) Discutere, al variare di k, l'esistenza e unicità delle soluzioni.
b) Posto $k = 0$, determinare la matrice $\boldsymbol{A}^{-1}$ inversa di $\boldsymbol{A}$.

<u>**Svolgimento**</u>

Matematica del Discreto – Comunicazione Digitale
10 Luglio 2014

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda **(punteggio: 3)**

Stabilire se la seguente affermazione è vera o falsa e giustificare la risposta:
" Sia f: $V \to W$ un'applicazione lineare tra due spazi vettoriali e siano u, $v \in V$; se i vettori u e v sono linearmente indipendenti, allora anche $f(u)$ e $f(v)$ sono linearmente indipendenti ".

<u>Risposta motivata</u>