Matematica del Discreto – Comunicazione Digitale
18 Settembre 2014

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	
Voto	3	7	6	7	7	**/30**

Esercizio 1 **(punteggio: 6+1)**

Sia **Z** l'insieme dei numeri interi relativi e si consideri l'applicazione

f: $\mathbf{Z}\times\mathbf{Z} \to \mathbf{Z}\times\mathbf{Z}$ cosi definita: $f(x,y)=(y,xy)$.

Si dica giustificando brevemente la risposta se le seguenti affermazioni sono V(vere), F(false):

i) $f^{-1}(0,0)=\{(0,0)\}$.
ii) $f^{-1}(0,3)$ è l'insieme vuoto
iii) f è iniettiva.
iv) f è suriettiva.

Sia ora $\mathbf{N}^* = \mathbf{N} \setminus \{0\}$ l'insieme dei numeri interi positivi e si consideri l'applicazione

g: $\mathbf{N}^*\times \mathbf{N}^* \to \mathbf{N}^*\times \mathbf{N}^*$ cosi definita: $f(x,y)=(y,xy)$.

Si stabilisca se g è iniettiva.

Esercizio 2 **(punteggio: 1.5+1.5+1.5+1.5)**

Data la seguente permutazione su 6 elementi, $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, giustificare le seguenti affermazioni:

a) $\alpha^3 = I$.

b) $\alpha^{-2} = \alpha^4$

c) $\alpha^{67}(2) = 4$.

Scomporre α nel prodotto di cicli disgiunti.

Svolgimento

Esercizio 3 **(punteggio: 2+2+3)**

Sia $V = \mathrm{M}(2,\mathbf{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 a elementi reali e sia $f : V \to V$ l'applicazione definita ponendo, per ogni $A \in V$,

$$f(A) = (½)\,(A+A_T)\,, \qquad \text{dove } A_T \text{ denota la matrice trasposta di } A.$$

a) Verificare che f è lineare;
b) determinare una base di $\mathrm{Ker}\, f$;
c) determinare autovalori ed autospazi di f.

Svolgimento

Esercizio 4 **(punteggio: 2+2+3)**

Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbf{R}^4$: S_k, generato dai tre vettori $\mathbf{a} = [1,0,1,0]$, $\mathbf{b} = [1,0,0,1]$, $\mathbf{c} = [0,k,-1,1]$, e T, generato dai due vettori $\mathbf{u} = [0,0,1,-1]$ e $\mathbf{v} = [1,1,0,0]$.

a) Determinare le dimensioni di S_k e di T, al variare del parametro reale k;
b) stabilire per quali valori di k risulta $\mathbf{c} \in T$;
c) stabilire se, per $k = 0$, $\mathbf{R}^4$ risulta somma diretta dei sottospazi S_k e T.

Svolgimento

Matematica del Discreto – Comunicazione Digitale
18 Settembre 2014

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Definizione **(punteggio: 3)**

Si dia la definizione di *gruppo*.

<u>Definizione:</u>