Matematica del Discreto – Comunicazione Digitale
19 Giugno 2014

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	
Voto	3	6	8	7	6	**/30**

Esercizio 1 **(punteggio: 2+4)**

In $\mathbb{Z}_3[x]$, anello dei polinomi a coefficienti in $\mathbb{Z}_3$, si consideri il polinomio

$$f(x) = x^3 + x + 1.$$

1) Si determini una radice di $f(x)$
2) Si decomponga $f(x)$ in fattori irriducibili.

Svolgimento

Esercizio 2 **(punteggio:2+4+2)**

Sia D= $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \mid a , b \in \mathbb{R} \right\}$ con l'usuale operazione di somma e prodotto di matrici.

1) Si verifichi che D è chiuso rispetto alla somma (+) e prodotto (∘) di matrici.
2) Si verifichi che (D,+,∘) è un anello.
3) Si stabilisca se (D,+,∘) contiene divisori dello zero.

<u>Svolgimento:</u>

Esercizio 3 **(punteggio: 1+3+3)**

Si consideri l'applicazione f_k: $\mathsf{R}^3 \to \mathsf{R}^3$ definita, al variare del parametro reale k, ponendo

$$f_k(x, y, z) = (x + 2y + 3z,\ x + (1 + k)z,\ x - (k - 1)y + 2z), \qquad \text{per ogni } (x, y, z) \in \mathsf{R}^3.$$

a) Si verifichi che f_k è lineare per ogni k;
b) si determini la dimensione di $\operatorname{Ker} f_k$, al variare di k;
c) si stabilisca per quali valori di k il vettore $(6, 2+k, 4)$ appartiene a $\operatorname{Im} f_k$.

Svolgimento

Esercizio 4 **(punteggio: 3+3)**

Si consideri la matrice $A_h = \begin{bmatrix} 1 & h \\ 3 & 2h-1 \end{bmatrix}$, dove h è un parametro reale, e sia I la matrice identica.

a) Per i valori di h per cui ciò è possibile si determini una matrice X tale che $A_h X + X = I$.
b) Si dica per quali valori di h tale matrice è l'unica che soddisfa la condizione richiesta.

Svolgimento

Matematica del Discreto – Comunicazione Digitale
19 Giugno 2014

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda **(punteggio: 3)**

Stabilire se la seguente affermazione è vera o falsa e giustificare la risposta:
“ se $f : \mathbf{R}^m \to \mathbf{R}^n$ è un’applicazione lineare iniettiva, allora $\dim(\mathrm{Im}\, f) = m$ ” .

Risposta motivata