Matematica del Discreto – 16 aprile 2014
Prima Prova Intermedia: Turno 1

IIII

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	
Voto	3	7	7	7	7	**/30**

Esercizio 1 **(punteggio: 1+1.5+1.5+1.5+1.5)**

Sia **Z** l'insieme dei numeri interi relativi e si considerino le applicazioni

g: $\mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}$ definita da $g(x, y) = (2xy, x+y)$ e $f: \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ definita da: $f(a, b) = a - b$

i) Determinare $g(6,0)$;
ii) Determinare $g^{-1}(0,3)$;
iii) Stabilire se g è iniettiva
iv) Stabilire se f è suriettiva.
v) Determinare $(f \circ g)(2,1)$; (il simbolo $\circ$ denota l'usuale composizione di applicazioni).

Svolgimento

Esercizio 2 **(punteggio: 1+1+1+1+2)**

Sia A={a,b,c,d,e} e sia R la relazione su A così definita:

R={$(a,a),(a,b),(a,c),(a,e),(c,c),(b,b),(b,e),(c,d),(d,d),(c,e),(e,e)$}

1. Si stabilisca, giustificando brevemente le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F):
   i. R è riflessiva
   ii. R è simmetrica
   iii. R è transitiva
   iv. R è una applicazione

2. Si stabilisca se R è una relazione d'ordine e in caso affermativo se ne dia una rappresentazione grafica.

Svolgimento

Esercizio 3 **(punteggio: 4 + 3)**

È dato il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} x + 2y + w = 1 \\ x + y = 0 \\ x + 3z + 2w = -1 \\ y - z = 1. \end{cases}$$

i) Stabilire, mediante il procedimento di riduzione a gradini, se tale sistema è crameriano:

ii) Determinare i valori del parametro reale s per i quali la quaterna $(s\text{-}1, 1\text{-}s, \text{-}s, s)$ è una soluzione del sistema.

<u>Svolgimento:</u>

Esercizio 4 **(punteggio: 1+2+2+2)**

Nello spazio vettoriale $V = \mathrm{M}(2;\mathbb{R})$ delle matrici 2×2 a elementi reali si considerino i sottoinsiemi:
U, costituito dalle matrici il cui elemento di posto (1,2) è 0 (zero);
W, costituito dalle matrici per cui la somma degli elementi sulla seconda colonna è zero;
Z, costituito dalle matrici il cui elemento di posto (2,1) è 1 (uno).

1) Stabilire quali, tra questi, sono dei sottospazi vettoriali di V;
2) Riconoscere che $U \cap W$ è un sottospazio vettoriale di V e determinarne una base.

Svolgimento