Matematica del Discreto – 13 giugno 2014
Seconda Prova Intermedia

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	
Voto	3	6	7	8	8	**/30**

Esercizio 1 **(punteggio: 7)**

Al variare del parametro reale a, si determinino le matrici 2×2 a elementi reali, X, tali che $AX = B$, dove $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & a \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Svolgimento

Esercizio 2 **(punteggio:2+3+2)**

Sia $(Z_2,+)$ l'insieme delle classi di resto modulo 2 con la struttura di gruppo indotta dalla somma e $G=\left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} \mid x, y \in Z_2 \right\}$.

1) Calcolare la cardinalità di G
2) Determinare se G è un gruppo rispetto all'usuale somma di matrici.
3) Considerata l'applicazione $F: G \to Z_2$, definita da $F\left(\begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix}\right) = xy$, stabilire se F è un omomorfismo tra (G,+) e $(Z_2,+)$.

Svolgimento:

Esercizio 3 **(punteggio: 2+2+2+2)**

Sull'insieme X={1,2,3,4,5,6} si considerino le due permutazioni

$$\sigma = \begin{pmatrix} 123456 \\ 345216 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad \tau = \begin{pmatrix} 123456 \\ 416235 \end{pmatrix}$$

1) Determinare se σ e τ sono pari o dispari
2) Stabilire se $\sigma \circ \tau = \tau \circ \sigma$ ($\circ$ denota l'usuale composizione di permutazioni)

Posto $\alpha = \sigma \circ \tau$, stabilire se

3) stabilire se $\alpha^{-1} = \alpha^{3}$
4) determinare $\alpha^{41}(2)$.

<u>Svolgimento</u>

Esercizio 4 **(punteggio: 2+3+3)**

Sia $f_k : \mathsf{R}^2 \rightarrow \mathsf{R}^4$ l'applicazione definita da $f_k(x, y) = (kx + y + k^2 - 1, x + y, 2x - 3y, ky)$, al variare del parametro reale k.

a) Stabilire per quali valori di k, la f_k è lineare;
b) posto $k = 1$, determinare le dimensioni di Ker f_1 e di Im f_1;
c) stabilire per quali valori del parametro reale b, il vettore $(1, 1, b^2, 0)$ appartiene a Im f_1.

Svolgimento

Matematica del Discreto – 13 giugno 2014
Seconda Prova Intermedia

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	

Domanda

(punteggio: 3)

Dare la definizione di *anello*.

Risposta