

**Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale**  
**16 Settembre 2015**

<b>Cognome:</b>	<b>Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:</b>
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	
<b>Anno di Corso:</b>	<b>RITIRATO/A</b>

<b>Riservato alla Commissione</b>						
<b>Quesito</b>	<b>D</b>	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>E3</b>	<b>E4</b>	
<b>Voto</b>	<b>3</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>7</b>	<b>/30</b>

**Esercizio 1**

**(punteggio: 1.5+1.5+2+2)**

Siano  $\alpha = (12567)$  e  $\beta = (3456)$  due permutazioni sull'insieme  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .

Si dica, giustificando le risposte, se le seguenti affermazioni sono V (vere) o F (false):

- 1)  $\beta^2 = (35)(46)$
- 2)  $\alpha\beta = \beta\alpha$
- 3)  $\alpha^{-1} = \alpha^4$
- 4)  $\beta^{45} = \beta$

**Svolgimento**

**Esercizio 2****(punteggio: 2+2+2)**

Siano  $f, g, h$  le applicazioni dall'insieme  $\mathbf{R}$  in sè stesso definite nel modo seguente:

$$f(x) = ax + 5; \quad g(x) = -x^2 + 2; \quad h(x) = 3x - 9; \quad a, x \in \mathbf{R}.$$

- i) Determinare  $a$  in modo che  $f^2 = f \circ f$  sia l'applicazione identica (il simbolo  $\circ$  denota l'usuale composizione di applicazioni).
- ii) Stabilire se  $g$  è iniettiva.
- iii) Stabilire se  $h$  è biunivoca.

**Svolgimento:**

**Esercizio 3****(punteggio: 2+2+3)**

Sia  $f_k : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  l'applicazione definita, al variare del parametro reale  $k$ , ponendo

$$f_k(x, y, z) = (k y, z + k^2 - 1, k x), \quad \text{per ogni } (x, y, z) \in \mathbf{R}^3.$$

- a) Stabilire per quali valori di  $k$ , l'applicazione  $f_k$  è lineare.
- b) Posto  $k = 1$ , stabilire se  $f_1$  è iniettiva.
- c) Sempre per  $k = 1$ , determinare autovalori ed autospazi di  $f_1$ .

**Svolgimento**

**Esercizio 4****(punteggio: 2+3+2)**

Date le matrici  $A = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -h & 0 \end{bmatrix}$ , con  $k$  e  $h$  parametri reali, si consideri l'equazione  
(\*)  $A X = B$ , con  $X$  matrice incognita  $2 \times 2$  a elementi reali.

- a) Si traduca l'equazione (\*) in un sistema di equazioni lineari.
- b) Stabilire per quali valori di  $k$  e  $h$  l'equazione (\*) ammette un'unica soluzione.
- c) Stabilire quante soluzioni ammette (\*) per  $k = h = 1$ .

**Svolgimento**

**Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale**  
**16 Settembre 2015**

<b>Cognome:</b>	
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	
<b>Anno di Corso:</b>	

**Domanda teorica**

**(punteggio: 3)**

Sia  $f: V \rightarrow W$  un'applicazione lineare tra due spazi vettoriali  $V$  e  $W$  di dimensione finita. Cosa afferma il teorema della nullità più rango ?

**Risposta**