

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
18 Giugno 2015

Cognome:	Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare: RITIRATO/A
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Riservato alla Commissione						
Quesito	D	E1	E2	E3	E4	
Voto	3	6	8	7	7	/30

Esercizio 1

(punteggio: 2+4)

Si considerino, al variare del parametro h , i seguenti polinomi a coefficienti reali:

$$f_h(x) = 2x^3 - x^2 - (6+h)x - 2 \qquad h \in \mathbf{R}.$$

- i) Determinare h in modo che $f_h(x)$ sia divisibile per $(x - 2)$ e per tali h si scomponga $f_h(x)$ in fattori irriducibili.
- ii) Per $h = -1$ si determini il MCD monico tra $f_{-1}(x)$ e il polinomio $g(x) = 2x^2 - x - 1$.

Svolgimento

Esercizio 2**(punteggio:2+4+2)**

Nell'anello $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ delle classi di resto modulo 6, con le usuali operazioni di somma (+) e prodotto (\cdot), si consideri il sottoinsieme $X = \{[0], [2], [4]\}$.

1. Si stabilisca se X è chiuso rispetto alle operazioni di somma e prodotto di \mathbb{Z}_6 .
2. Si stabilisca se $(X, +, \cdot)$ è un anello.
3. Si stabilisca se $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ contiene divisori dello zero.
- 4.

Svolgimento:

Esercizio 3**(punteggio: 2+3+2)**

Sia $f_k: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare (endomorfismo) definita, al variare del parametro reale k , ponendo

$$f_k(x, y, z) = (x + kz, 2y + (k - 1)z, kx + (k - 1)y + z), \quad \text{per ogni } (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- Stabilire per quali valori di k la f_k è suriettiva.
- Mostrare che per questi stessi valori f_k è un isomorfismo.
- Posto $k = 1$, determinare autovalori ed autospazi di f_1 .

Svolgimento

Esercizio 4**(punteggio: 2+2+3)**

Sia $M = M(2, \mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate 2×2 a elementi reali e sia U il sottoinsieme di M costituito dalle matrici della forma $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & -a \end{bmatrix}$, con $a, b, c \in \mathbb{R}$.

- a) Dimostrare che U è un sottospazio vettoriale di M .
- b) Determinare una base di U .
- c) Definire una applicazione lineare $T : M \rightarrow \mathbb{R}$ tale che risulti $\text{Ker } T = U$.

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
18 Giugno 2015

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda

(punteggio: 3)

Sia $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ un'applicazione lineare, associata ad una matrice A a m righe e n colonne.
Come si esprime per mezzo di A la condizione che f sia suriettiva ?

Risposta motivata