

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
9 Luglio 2015

Cognome:	Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare: RITIRATO/A
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Riservato alla Commissione						
Quesito	D	E1	E2	E3	E4	
Voto	3	7	7	7	7	/30

Esercizio 1

(punteggio: 1+3+3)

Nell'insieme $\mathbf{R}[x]$ dei polinomi a coefficienti reali, si considerino, al variare del parametro k , i polinomi:

$$f(x) = 2x^3 + (2k-5)x^2 + (3-5k)x + 3k \quad (\text{con } k \in \mathbf{R})$$

1. Si verifichi che $x=1$ è radice di $f(x)$.
2. Si determinino i valori di k per i quali $x=1$ è radice doppia di $f(x)$.
3. Per $k = -1$, si scomponga $f(x)$ nel prodotto di polinomi irriducibili.

Svolgimento

Esercizio 2**(punteggio:3+4)**

Nell'insieme delle matrici quadrate 2x2 a entrate reali, si consideri il sottoinsieme

$$T = \left\{ \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & z \end{bmatrix}, \mid x, y, z \in \mathbf{R} \right\}$$

1. Si dimostri che T è chiuso rispetto alle usuali operazioni di somma (+) e prodotto (\circ) di matrici.
2. Si stabilisca se $(T, +, \circ)$ è un anello.

Svolgimento:

Esercizio 3**(punteggio: 2+2+3)**

Sia $V = \mathbb{R}_3[t]$ lo spazio vettoriale dei polinomi a coefficienti reali in una indeterminata, di grado ≤ 3 , e si consideri l'endomorfismo $f: V \rightarrow V$ definito dalle condizioni:

$$f(t^3) = -t^2, \quad f(t^2) = -t^3, \quad f(t) = 1, \quad f(1) = t.$$

- Determinare la matrice che rappresenta f rispetto alla base $\mathcal{B} = \{t^3, t^2, t, 1\}$, di V .
- Stabilire se f è iniettivo.
- Determinare autovalori ed autospazi di f .

Svolgimento

Esercizio 4

(punteggio: 2+3+2)

Sia $M = M(2, \mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate 2×2 a elementi reali e sia S il sottoinsieme costituito dalle matrici $A \in M$ tali che $\det A = 0$.

- Mostrare che S non è un sottospazio vettoriale di M .
- Indicato con $\langle S \rangle$ il sottospazio vettoriale generato da S (*span* di S), calcolarne la dimensione.
- Determinare una base di $\langle S \rangle$.

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
9 Luglio 2015

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda teorica

(punteggio: 3)

Enunciare il teorema di fattorizzazione unica per polinomi in $\mathbf{R}[x]$.

Risposta