

Metodi Matematici per la Comunic. Digit. (Matematica del Discreto) – 15 aprile 2015  
Prima Prova Intermedia: Turno 1

1

Cognome:	Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:  <b>RITIRATO/A</b>
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Riservato alla Commissione						
Quesito	<u>D</u>	E1	E2	E3		
Voto	6	8	8	8		/30

**Domanda teorica**

(punteggio: 6)

Definire la *relazione di congruenza modulo  $n$  in  $\mathbb{Z}$* .

Elencare le classi di equivalenza della congruenza modulo 6 e, per tale congruenza, descrivere gli elementi della classe di equivalenza  $\{2\}_6$ .

**Svolgimento**

**Esercizio 1****(punteggio: 5 + 3)**

È dato il sistema di equazioni lineari:

$$3x + 2y - 2z - w = 9$$

$$x - y + z + 2w = 7$$

$$5x - 10y + 10z + 17w = 47.$$

- 1) Mostrare, mediante il procedimento di riduzione a gradini, che tale sistema è compatibile e stabilire da quanti parametri arbitrari dipendono linearmente le soluzioni.
- 2) Risolvere il sistema.

**Svolgimento:**

**Esercizio 2****(punteggio:3+3+2)**

In  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  si consideri il sottoinsieme  $S = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid b > 0\}$ . Si considerino le applicazioni:

$f: S \rightarrow \mathbb{Z}$  definita ponendo  $f(a,b) = a^b$        $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  definita ponendo  $g(x) = x^2$ .

- 1) Determinare i seguenti insiemi:  $f^{-1}(1)$ ,  $f(0,1)$ ,  $f^{-1}(4)$ .
- 2) Stabilire se  $f$  è iniettiva e/o suriettiva.
- 3) Determinare  $(g \circ f)(2,1)$ ; (il simbolo  $\circ$  denota l'usuale composizione di applicazioni).

**Svolgimento**

**Esercizio 3****(punteggio: 3+3+2)**

Nello spazio vettoriale  $V = M(2; \mathbb{R})$  delle matrici  $2 \times 2$  a elementi reali si considerino i due sottospazi:

$S$ , generato dalle matrici  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ , e  $T$ , generato dalle matrici  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

- 1) Determinare un sistema di generatori per il sottospazio  $S \cap T$ .
- 2) Calcolare la dimensione di  $S + T$ .
- 3) Esibire una base di  $S + T$ .

**Svolgimento**