

**Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale**  
**22 Febbraio 2017**

<b>Cognome:</b>	<b>Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:  RITIRATO/A</b>
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	
<b>Anno di Corso:</b>	

Riservato alla Commissione						
Quesito	<u>D</u>	E1	E2	E3	E4	
Voto	4	7	7	6	6	/30

**Esercizio 1**

**(punteggio: 3+2+2)**

Dato l'insieme  $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$  dei numeri razionali non nulli, si consideri la seguente operazione:

$$*: \mathbb{Q}^* \times \mathbb{Q}^* \rightarrow \mathbb{Q}^*, \text{ definita ponendo } x*y = 2xy \quad \forall x, y \in \mathbb{Q}^*.$$

1. Stabilire se  $*$  è associativa e/o commutativa.
2. Stabilire se ammette elemento neutro  $e$ , in caso affermativo, determinarlo.
3. Stabilire se  $(\mathbb{Q}^* \times \mathbb{Q}^*, *)$  è un gruppo.

**Svolgimento**

**Esercizio 2****(punteggio: 2+3+2)**

Si considerino i due seguenti polinomi a coefficienti reali:

$$p(x) = 2x^3 - 11x^2 + 12x + 9$$

e

$$q(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$$

1. Dimostrare che  $(x-3)^2$  divide  $p(x)$ .
2. Si scomponga  $q(x)$  nel prodotto di fattori irriducibili.
3. Si determini il massimo comun divisore monico (MCD) tra  $p(x)$  e  $q(x)$ .

**Svolgimento:**

**Esercizio 3****(punteggio: 3+3)**

Sia  $f_k: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^4$  l'applicazione definita da

$$f_k(x, y, z) = (x - ky, y + kz, kx + z, z), \text{ con } k \text{ parametro reale.}$$

- a) Stabilire per quali valori di  $k$  la  $f_k$  è lineare e iniettiva.
- b) Posto  $k = 0$  stabilire se il vettore  $(1, 1, 1, 1)$  appartiene al sottospazio immagine  $\text{Im } f_0$ .

**Svolgimento**

**Esercizio 4****(punteggio: 3+3)**

Sia  $V = M(2, \mathbf{R})$  lo spazio vettoriale delle matrici  $2 \times 2$  a elementi reali, e sia  $F: V \rightarrow \mathbf{R}$  l'applicazione definita da  $F(X) = x_{12} - x_{21}$ , per ogni matrice  $X = [x_{ik}] \in V$ .

- a) Verificare che  $F$  è lineare e suriettiva.
- b) Determinare una base del nucleo  $\text{Ker } F$ .

**Svolgimento**

**Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale**  
**22 Febbraio 2017**

<b>Cognome:</b>	
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	
<b>Anno di Corso:</b>	

**Domanda**

**(punteggio: 4)**

Sia  $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$  un'applicazione lineare. Si dica se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F), motivando le risposte:

- a) se  $n < m$  la  $f$  non è suriettiva;
- b) se  $n > m$  la  $f$  può essere iniettiva.

**Risposta**