

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
17 Giugno 2016

Cognome:	Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare: RITIRATO/A
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Riservato alla Commissione						
Quesito	D	E1	E2	E3	E4	
Voto	4	6	8	7	7	/30

Esercizio 1

(punteggio: 3+3)

Si determinino il quoziente e il resto della divisione del polinomio

$$p(x) = 2x^4 + 3x^2 + 3x + 2$$

per il polinomio

$$t(x) = x^2 - 2x + 2$$

rispettivamente in $\mathbf{Z}[x]$ e in $\mathbf{Z}_3[x]$.

Svolgimento

Esercizio 2**(punteggio:2+4+2)**

Sia $X = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbf{Q}\}$.

1. Si dimostri che X è chiuso rispetto alle operazioni di somma e prodotto di \mathbf{R} .
2. Si dimostri che $(X, +, \cdot)$ è un anello.
3. Si dimostri che $(X, +, \cdot)$ è un campo.

Svolgimento:

Esercizio 3**(punteggio: 2+2+3)**

Sia $f_h: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare (endomorfismo) definita, al variare del parametro reale h , ponendo

$$f_h(x, y, z) = (hx + z, (h - 1)x + 2y, x + (h - 1)y + hz), \quad \text{per ogni } (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- a) Stabilire per quali valori di h la f_h è un isomorfismo.
- b) Posto $h = 1$, determinare una base di $\text{Im } f_1$.
- c) Sempre per $h = 1$, determinare autovalori ed autospazi di f_1 .

Svolgimento

Esercizio 4**(punteggio: 2+2.5+2.5)**

Sia $V = M(2, \mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate 2×2 a elementi reali e sia $f : V \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare definita ponendo $f(A) = (a+d, b-c)$ per ogni matrice $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in V$.

- a) Mostrare che f è un'applicazione lineare.
- b) Stabilire se f è suriettiva.
- c) Determinare una base di $\text{Ker } f$.

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
17 Giugno 2016

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda

(punteggio: 4)

Sia $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ un'applicazione lineare, associata ad una matrice A a m righe e n colonne.
Come si esprime per mezzo della caratteristica di A la condizione che f sia iniettiva ?

Risposta motivata