

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
6 Luglio 2016

Cognome:	Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare: RITIRATO/A
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Riservato alla Commissione						
Quesito	D	E1	E2	E3	E4	
Voto	4	7	7	7	7	/30

Esercizio 1

(punteggio: 5+2)

Si determini il massimo comun divisore monico (MCD) tra i due seguenti polinomi a coefficienti reali:

$$a(x) = 6x^3 - 5x^2 - 13x + 12$$

e

$$b(x) = 2x^2 - x - 6$$

e lo si esprima come combinazione di $a(x)$ e $b(x)$.

Svolgimento

Esercizio 2**(punteggio:4+3)**Si consideri l'insieme $X=\{a,b,c,d,e,f,g\}$.

- 1) Si completi la seguente matrice di incidenza in modo che la relazione R ad essa associata sia di equivalenza su X .
- 2) Si determinino le classi di equivalenza individuate dalla relazione trovata al punto 1) e si verifichi che costituiscono una partizione di X .

R	a	b	c	d	e	f	g
a	1	0	1		0		
b	0	1	0	1	1	0	0
c		0	1	0	0		0
d	0		0		1	0	0
e	0	1	0		1	0	0
f		0		0		1	1
g	0	0	0	0	0		

Svolgimento:

Esercizio 3**(punteggio: 2+2+3)**

Si consideri l'applicazione; $f_k: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita, al variare del parametro reale k , da

$$f_k(x, y, z) = (x + (1+k)z, ky + k^2 + 2k, (1+k)x + z), \quad \text{per ogni } (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- a) Stabilire per quali valori di k la f_k è lineare.
- b) Per i valori di k determinati al punto a) stabilire la dimensione di $\text{Ker } f_k$.
- c) Posto $k = 0$, determinare autovalori ed autospazi di f_0 .

Svolgimento

Esercizio 4**(punteggio: 3+2+2)**

Nello spazio vettoriale $V = \mathbb{R}_3[t]$ dei polinomi in una indeterminata, di grado ≤ 3 , a coefficienti reali si considerino i sottoinsiemi: $S = \{p \in V \mid p(0) = 0\}$, formato dai polinomi $p \in V$ che ammettono 0 come radice, e $T = \{p \in V \mid p(1) = p(-1) = 0\}$, formato da quelli che ammettono 1 e -1 come radici.

- a) Verificare che S e T sono sottospazi vettoriali di V e determinarne le dimensioni.
- b) Determinare una base di $S \cap T$.
- c) Detta $f: V \rightarrow \mathbb{R}$ l'applicazione che ad ogni polinomio $p \in V$ associa il suo termine noto, verificare che f è lineare e determinare $\text{Ker } f \cap S$.

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
6 Luglio 2016

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda

(punteggio: 2+2)

Dare la definizione di radice per polinomi in una variabile a coefficienti reali ed enunciare il Teorema di Ruffini.

Risposta motivata