

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
12 Settembre 2016

Cognome:	Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare: RITIRATO/A
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Riservato alla Commissione						
Quesito	D	E1	E2	E3	E4	
Voto	4	7	7	7	7	/30

Esercizio 1

(punteggio: 4+3)

Nell'anello $Z_5[x]$, dove Z_5 denota il campo delle classi di resti modulo 5, si consideri il polinomio

$$g(x) = x^9 - x.$$

- i) Si determinino tutte le radici di $g(x)$.
- ii) Si decomponga $g(x)$ nel prodotti di fattori irriducibili.

Svolgimento

Esercizio 2**(punteggio: 1+2+2+2)**

Si considerino gli insiemi $X=\{1,2,3\}$ e $Y=\{a,b,c,d\}$

- 1) Si scriva una relazione tra X e Y .
- 2) Si determini il numero delle applicazioni da X a Y e se ne scriva una.
- 3) Si determini il numero delle applicazioni iniettive da X a Y e se ne scriva una.
- 4) Si stabilisca se esistono applicazioni suriettive da X a Y .

Svolgimento:

Esercizio 3**(punteggio: 2+2+3)**

Si consideri l'applicazione $f_k: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definita, al variare del parametro reale k , ponendo

$$f_k(x, y, z) = (x + y + z, 2x + (1 - k)z, 3x + (1 + k)y + 2z), \quad \text{per ogni } (x, y, z) \in \mathbf{R}^3.$$

- a) Verificare che f_k è lineare per ogni k ;
- b) Posto $k = 1$, stabilire se il vettore $(0, 6, -6k)$ appartiene al nucleo;
- c) Al variare di k , determinare una base di $\text{Im } f_k$.

Svolgimento

Esercizio 4**(punteggio: 3+4)**

Sia $V = M(2, \mathbf{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 a elementi reali, e sia $T : V \rightarrow V$ l'endomorfismo definito da $T(X) = X_T$ (matrice trasposta di X), per ogni $X \in V$.

- a) Verificare che T è suriettiva.
- b) Determinare autovalori e autospazi di T .

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
12 Settembre 2016

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda

(punteggio: 4)

Sia $f_A : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ l'applicazione lineare associata ad una data matrice $A \in M(m, n; \mathbf{R})$. Stabilire se la seguente affermazione è vera o falsa e giustificare la risposta:

“ se A ha caratteristica n , allora f_A è iniettiva”.

Risposta motivata