

Metodi Matematici per la Comunic. Digit. (Matematica del Discreto) – 13 aprile 2016  
Prima Prova Intermedia: Turno 1

1

Cognome:	Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:  <b>RITIRATO/A</b>
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Riservato alla Commissione						
Quesito	<u>D</u>	E1	E2	E3		
Voto	6	8	8	8		/30

Domanda teorica

(punteggio: 6)

Dimostrare che la *relazione di congruenza modulo  $n$*  è una relazione di equivalenza in  $\mathbf{Z}$ .

Svolgimento

**Esercizio 1****(punteggio: 3+3+2)**

Nello spazio vettoriale  $V = M(2; \mathbf{R})$  delle matrici  $2 \times 2$  a elementi reali si considerino i seguenti sottoinsiemi:

$$S := \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, a, b \in \mathbf{R} \right\} \quad \text{e} \quad T := \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c & d \end{bmatrix}, c, d \in \mathbf{R} \right\}.$$

- 1) Mostrare che  $S$  e  $T$  sono entrambi dei sottospazi vettoriali di  $V$ .
- 2) Esibire una base di  $S$  e una base di  $T$ .
- 3) Stabilire se  $V$  è somma diretta di  $S$  e  $T$ .

**Svolgimento**

**Esercizio 2****(punteggio: 5 + 3)**

È dato il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \\y + z - w &= 0 \\x + 3y + 3z - 2w &= 1.\end{aligned}$$

- 1) Mostrare, mediante il procedimento di riduzione a gradini, che tale sistema è compatibile e stabilire da quanti parametri arbitrari dipendono linearmente le soluzioni.
- 2) Risolvere il sistema.

**Svolgimento:**

**Esercizio 3****(punteggio: 1+3+3+1)**

Sia  $X=\{a,b,c,d,e\}$  e sia  $R$  la relazione su  $X$  così definita:

$$R=\{(a,a), (a,b), (a,c), (a,d), (a,e), (b,b), (c,c), (c,b), (d,b), (d,d), (e,b), (e,e)\}.$$

1. Si scriva la matrice di incidenza di  $R$
2. Si dimostri che  $R$  è una relazione d'ordine su  $X$  e si stabilisca se è una relazione d'ordine parziale o totale
3. Si disegni il diagramma di Hasse di  $R$
4. Si stabilisca se  $X$  ammette massimo e/o minimo rispetto a  $R$

**Svolgimento**