Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
10 Luglio 2017

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	
Voto	4	7	7	7	7	**/30**

Esercizio 1 **(punteggio: 4+3)**

1) Determinare il valore del parametro reale h in modo che il polinomio

$$p_h(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 4 + 2h$$

sia divisibile per il polinomio

$$q(x) = x^2 - x - 6.$$

2) Per il valore di h determinato al punto 1) si scomponga il polinomio $p_h(x)$ nel prodotto di fattori irriducibili

Svolgimento

Esercizio 2 **(punteggio: 2+3+2)**

Siano *f, g, h* le applicazioni dall'insieme **R** in sè stesso definite nel modo seguente:

$$f(x) = x^2 - 5; \quad g(x) = -3x + 3; \quad h(x) = 2x - a + 1, \qquad a, x \in \mathbf{R}.$$

1) Stabilire se f è iniettiva.
2) Mostrare che g è biunivoca e calcolarne la funzione inversa.
3) Stabilire se esiste un valore del parametro a tale che $h^2 = h \circ h$ sia l'applicazione identica (il simbolo $\circ$ denota l'usuale composizione di applicazioni).

Svolgimento:

Esercizio 3 **(punteggio: 2+3+2)**

In $\mathbf{R}^4$ si considerino i seguenti sottospazi vettoriali: S = Ker g, nucleo dell'applicazione lineare $g : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$ definita da $g(x, y, z, w) = (x + 2y + z + 2w,\ y + w,\ x + y + z + w)$, per ogni $(x, y, z, w) \in \mathbf{R}^4$, e T, generato dai vettori $\mathbf{a} = (1, 0, -1, 2)$ e $\mathbf{b} = (0, 0, 0, 1)$.

a) Determinare una base di S.
b) Determinare una base di $S \cap T$.
c) Determinare la dimensione del sottospazio $S+T$.

Svolgimento

Esercizio 4 **(punteggio: 2+3+2)**

Sia $V = \mathrm{M}(2, \mathbf{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate reali 2×2 e si consideri l'applicazione $f : V \to V$ definita ponendo

$$f\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x & z \\ y & 0 \end{bmatrix} \quad \text{per ogni matrice} \quad \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \in V.$$

a) Verificare che f è un'applicazione lineare.
b) Determinare la dimensione e una base di $\operatorname{Ker} f$.
c) Stabilire se $\mathrm{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \operatorname{Im} f$.

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
10 Luglio 2017

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda teorica **(punteggio: 4)**

1) Dare la definizione di numero primo.
2) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica.

Risposta