

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
18 Settembre 2017

| | |
|-----------------------|---|
| Cognome: | Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare: |
| Nome: | |
| Matricola: | |
| Anno di Corso: | |
| RITIRATO/A | |

| Riservato alla Commissione | | | | | | |
|-----------------------------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----|
| Quesito | D | E1 | E2 | E3 | E4 | |
| Voto | 4 | 7 | 7 | 7 | 7 | /30 |

Esercizio 1

(punteggio: 3+2+2)

- 1) Calcolare il $\text{MCD}(a,b)$ positivo tra i numeri $a = 12600$ e $b = 5940$ con l'algoritmo delle divisioni successive, scrivendo tutti i passaggi del calcolo.
- 2) Esprimere il $\text{MCD}(a,b)$ trovato al punto 1) come combinazione di a e b .
- 3) Calcolare poi il $\text{mcm}(a,b)$ positivo utilizzando il $\text{MCD}(a,b)$ determinato al punto 1).

Svolgimento

Esercizio 2**(punteggio: 2+3+2)**

Siano $\alpha = (1234)$ e $\beta = (23456)$ due permutazioni sull'insieme $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Si dica, giustificando le risposte se le seguenti affermazioni sono V (vere) o F (false):

- 1) $\beta^2 = (24635)$
- 2) $\alpha\beta = \beta\alpha$
- 3) $\alpha^{-1} = \alpha^3$
- 4) $\beta^{46} = I$

Svolgimento:

Esercizio 3**(punteggio: 3+4)**

Si consideri il sistema lineare omogeneo $A \mathbf{x} = \mathbf{0}$, dove $A = \begin{bmatrix} 1 & k & 0 & 0 \\ k & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & k & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{x} = [x, y, z, w]_{\mathbf{T}}$.

- Stabilire per quali valori del parametro reale k il sistema dato ammette delle soluzioni non banali.
- In dipendenza da k determinare il sottospazio vettoriale di \mathbf{R}^4 costituito dalle soluzioni del sistema.

Svolgimento

Esercizio 4**(punteggio: 2+2+3)**

Si consideri l'applicazione $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definita da

$$f(x, y, z) = (y - z + a - 2, x + a y - z, a x + y + (a-1) z + 2 - a),$$

dove a è un parametro reale.

- 1) Stabilire se per $a = 1$, f è un endomorfismo.
- 2) Posto $a = 2$, verificare che f è lineare e stabilire se il vettore $(1,1,1)$ appartiene a $\text{Im } f$.
- 3) Sempre per $a = 2$, determinare autovalori e autospazi di f .

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
18 Settembre 2017

| | |
|-----------------------|--|
| Cognome: | |
| Nome: | |
| Matricola: | |
| Anno di Corso: | |

Domanda teorica

(punteggio: 4)

Sia $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ un'applicazione lineare rappresentata da una matrice A . Si dica se è vera o falsa la seguente affermazione, motivando la risposta:

Se A ha caratteristica massima, allora f è iniettiva oppure suriettiva

Risposta