Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
23 Febbraio 2018

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	
Voto	4	7	6	7	6	**/30**

Esercizio 1 **(punteggio: 1.5+2+2+1.5)**

Sia (S, •) la struttura algebrica in cui $S = \left\{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & x \end{bmatrix} \mid x \in \boldsymbol{Z_4}\right\}$ e l'operazione • è l'usuale somma di matrici. Si stabilisca, giustificando brevemente le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F):

i) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ è l'elemento neutro di (S, •) .
ii) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ammette inverso in (S, •).
iii) (S, •) è un gruppo.
iv) (S, •) è isomorfo a $\boldsymbol{Z_4}$.

Svolgimento

Esercizio 2 **(punteggio: 1.5+1.5+1.5+1.5)**

Siano $\alpha = (1456)$ e $\beta = (2356)$ due permutazioni sull'insieme X={1,2,3,4,5,6}.
Si dica, giustificando le risposte se le seguenti affermazioni sono V (vere) o F (false):

1) $\alpha^2 = (15)(46)$
2) $\alpha \beta = \beta \alpha$
3) $\alpha^{-1} = \alpha^3$
4) $\alpha^{48} = \alpha$

<u>Svolgimento:</u>

Esercizio 3 **(punteggio: 2+2+3)**

Si consideri la matrice

$$A_h = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ h-2 & 0 & 2 \\ 2 & h & 3 \end{bmatrix}$$

dove h e\` un parametro reale.

a) In dipendenza da h determinare il rango di A_h.
b) In dipendenza da h determinare lo spazio delle soluzioni del sistema omogeneo $A_h\,\mathbf{x} = \mathbf{0}$ (dove $\mathbf{x}$ denota la colonna delle incognite x, y, z).
c) Si consideri l'endomorfismo $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ rappresentato dalla matrice A_h. Stabilire per quali valori di h esso non è un isomorfismo e per $h = 5$ determinarne gli autovalori.

Svolgimento

Esercizio 4 **(punteggio: 2+2+2)**

Sia V = M(2, **R**) lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 a elementi reali, e sia $F : V \to V$ l'applicazione definita da $F(X) = X + X_T$, per ogni matrice $X \in V$, dove X_T denota la matrice trasposta di X.

a) Verificare che F è lineare.
b) Stabilire se F è suriettiva.
c) Determinare il nucleo Ker F di F.

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
23 Febbraio 2018

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda **(punteggio: 4)**

Dare la definizione di *relazione d'ordine* in un insieme, di insieme *parzialmente* e *totalmente* ordinato. Fornire un esempio di insieme totalmente ordinato.

Risposta motivata: