

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
24 Gennaio 2018

Cognome:	Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare: RITIRATO/A
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Riservato alla Commissione						
Quesito	D	E1	E2	E3	E4	
Voto	4	6	6	7	7	/30

Esercizio 1

(punteggio:2+2+2)

Siano f, g, h le applicazioni dall'insieme \mathbf{R} in se stesso definite nel modo seguente:

$$f(x) = 3x^2 - 3; \quad g(x) = -ax - 1; \quad h(x) = 2x + 2; \quad a, x \in \mathbf{R}.$$

- i) Determinare se esiste un valore di a tale che $g \circ h$ sia l'applicazione identica (il simbolo \circ denota l'usuale composizione di applicazioni).
- ii) Stabilire se f è biunivoca.
- iii) Stabilire se h è biunivoca.

Svolgimento

Esercizio 2**(punteggio: 2+2+2)**

Nell'insieme $\mathbf{R}[x]$ dei polinomi a coefficienti reali, si considerino, al variare del parametro reale k , i polinomi:

$$f(x) = 2x^3 + x^2(2 - k) - x(12 + k) + 6k.$$

1. Si verifichi che $f(x)$ ammette la radice $x = 2$.
2. Si determini k in modo che $x = 2$ sia una radice doppia per $f(x)$.
3. Per $k = 0$ si scomponga $f(x)$ nel prodotto di fattori irriducibili.

Svolgimento:

Esercizio 3

(punteggio: 2+2+3)

Si consideri la matrice

$$A_h = \begin{bmatrix} 1 & h & 2 \\ 1 & 0 & h+2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

dove h è un parametro reale.

- In dipendenza da h determinare il rango di A_h .
- In dipendenza da h determinare la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo $A_h \mathbf{x} = \mathbf{0}$ (dove $\mathbf{x} = [x, y, z]_T$).
- Posto $h = 3$ e considerato l'endomorfismo $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ rappresentato dalla matrice A_3 , determinare gli autovalori e gli autospazi di f .

Svolgimento

Esercizio 4**(punteggio: 3+4)**

Sia $V = M(2, \mathbf{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 a elementi reali, e sia $T : V \rightarrow \mathbf{R}$ l'applicazione definita da $T(X) = x_{11} + x_{12}$, per ogni matrice $X = [x_{ik}] \in V$.

- a) Verificare che T è lineare e suriettiva.
- b) Determinare una base del nucleo $\text{Ker } T$.

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
24 Gennaio 2018

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda

(punteggio: 4)

Sia \mathbf{A} una matrice a elementi reali a m righe e n colonne, di rango r , e si consideri il sistema di equazioni lineari $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^m$ assegnato. Si dica sotto quali condizioni:

- a) il sistema dato ammette soluzioni;
- b) il sistema dato ammette una unica soluzione.

Risposta motivata: