Metodi Matematici per la Comunic. Digit. (Matematica del Discreto) – 7 aprile 2017
Prima Prova Intermedia: Turno 1

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**		
Voto	6	8	8	8		**/30**

Domanda teorica **(punteggio: 6)**

Si dia la definizione di *relazione d'ordine* su un insieme X, specificando il significato delle proprietà che devono essere soddisfatte, e si dica quando un elemento di X è *massimo* o *minimo*.
Si dia un esempio di relazione d'ordine *totale* e di relazione d'ordine *parziale* nel caso in cui X=**Z**.

Svolgimento

Esercizio 1 **(punteggio: 4 + 4)**

Si consideri la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

a) Calcolare, mediante riduzione a gradini, il rango di A e stabilire se tale matrice è invertibile.
b) Sia **B** la sottomatrice di **A** costituita dalle prime tre colonne e sia **b** l'ultima colonna di **A**. Posto $\mathbf{x} = [x, y, z]_T$, si dica se il sistema $\mathbf{B}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ è compatibile.

Svolgimento:

Esercizio 2 **(punteggio: 2+ 3 +3)**

Nello spazio vettoriale V = M(2;**R**) delle matrici 2 × 2 a elementi reali si consideri il sottoinsieme S, costituito da tutte le matrici simmetriche.

1) Verificare che S è un sottospazio vettoriale di V.
2) Stabilire se le tre matrici I = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, J = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, K = $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ di S sono linearmente indipendenti.
3) Stabilire se esiste un'altra matrice L$\in$ S tale che I, J, K, L siano linearmente indipendenti.

Svolgimento

Esercizio 3 **(punteggio: 2+2+4)**

Sia $A=\{a,b,c\}$.

1. Si scrivano tutti gli elementi dell'insieme prodotto $A\times A$.
2. Si consideri in $A\times A$ la relazione R la relazione così definita:

$$(x,y)\ R\ (u,v) \quad \text{se e solo se } y=v, \text{ per ogni } x,y,u,v \in A.$$

   a. Si scriva la matrice di incidenza di R
   b. Si stabilisca, giustificando brevemente la risposta, se R è una relazione di equivalenza e, in caso affermativo, si determini la partizione di $A\times A$ in classi di equivalenza rispetto a R.

Svolgimento