Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
18 Giugno 2018

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	
Voto	4	7	7	7	7	**/30**

Esercizio 1 **(punteggio: 1+4+2)**

Sia $Z_3=\{[0],[1],[2]\}$ l'insieme delle classi di resto modulo 3, e si consideri $(Z_3,+)$ con la struttura di gruppo indotta dalla somma.

Si consideri poi l'insieme $G=\{\begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix} \mid x,y \in Z_3\}$.

1) Si calcoli la cardinalità di G.
2) Si stabilisca se (G,+), dotato della usuale somma di matrici, è un gruppo e, in caso affermativo, se è abeliano.
3) Si dimostri che l'applicazione $F: G \to Z_3$, definita da $F(\begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix})= x+y$ è un omomorfismo di gruppi.

Svolgimento

Esercizio 2 **(punteggio: 3+2+2)**

Sia $X=\{a,b,c,d,e,f,g\}$.

i) Si definisca su X una relazione di equivalenza R tale che i sottoinsiemi $\{a,d,e\}$ e $\{c,f\}$ siano due classi di equivalenza per R. Si scriva inoltre la matrice di incidenza di R.

ii) Si scriva la matrice di incidenza per R.

iii) Si stabilisca se una tale relazione R può essere un'applicazione da X in X.

Svolgimento:

Esercizio 3 **(punteggio: 2+3+2)**

Si consideri la matrice

$$A_h = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3+h & 0 & 2 \\ 2 & 5+h & 3 \end{bmatrix}$$

dove h e` un parametro reale.

a) In dipendenza da h determinare il rango di A_h.
b) In dipendenza da h determinare la dimensione e una base dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo $A_h\,\mathbf{x} = \mathbf{0}$ (dove $\mathbf{x}$ denota la colonna delle incognite).
c) Posto $h = 0$ e considerato l'endomorfismo f: $\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ rappresentato dalla matrice A_0, determinare gli autovalori di f e stabilire se [0, 2, -2] è un autovettore di f.

Svolgimento

Esercizio 4 **(punteggio: 2+3+2)**

Sia $V = \mathbf{R}_3[\, t\,]$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado ≤ 3 nella indeterminata t, a coefficienti reali, e sia $F : V \rightarrow V$ l'applicazione definita ponendo $F(a\, t^3 + b\, t^2 + c\, t + d) = 2\, c\, t^2 - (a - b)\, t$, per ogni polinomio $p(t) = a\, t^3 + b\, t^2 + c\, t + d \in V$.

a) Verificare che F è lineare.
b) Determinare la matrice associata ad F rispetto alla base $\{\, t^3, t^2, t, 1 \,\}$ di V.
c) Determinare una base del sottospazio $\operatorname{Im} F$.

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
18 Giugno 2018

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda **(punteggio: 2+2)**

1) Si dia la definizione di *numero primo*.
2) Si enunci il *teorema fondamentale dell'aritmetica.*

Definizione