

**Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale**  
**22 Febbraio 2019**

<b>Cognome:</b>	<b>Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:  RITIRATO/A</b>
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	
<b>Anno di Corso:</b>	

<b>Riservato alla Commissione</b>						
<b>Quesito</b>	<b>D</b>	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>E3</b>	<b>E4</b>	
<b>Voto</b>	4	6	7	7	7	/30

**Esercizio 1**

**(punteggio: 1+2+2+1)**

Si considerino gli insiemi  $X = \{1,2,3,4\}$  e  $Y = \{a,b,c\}$

- 1) Si scriva una relazione tra X e Y.
- 2) Si determini il numero delle applicazioni da X a Y e se ne scriva una.
- 3) Si determini il numero delle applicazioni suriettive da X a Y e se ne scriva una.
- 4) Si stabilisca se esistono applicazioni iniettive da X a Y.

**Svolgimento**

**Esercizio 2****(punteggio: 3+4)**

Nell'insieme delle matrici quadrate  $2 \times 2$  a elementi reali si consideri il sottoinsieme

$$T = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & c \end{bmatrix}, \mid a, b, c \in \mathbf{R} \right\}$$

1. Si dimostri che  $T$  è chiuso rispetto alle usuali operazioni di somma (+) e prodotto ( $\circ$ ) di matrici.
2. Si stabilisca se  $(T, +, \circ)$  è un anello.

**Svolgimento:**

**Esercizio 3****(punteggio: 2+3+2)**

Sia  $V = \mathbf{R}_2[t]$  lo spazio vettoriale dei polinomi di grado  $\leq 2$  in una indeterminata  $t$ , a coefficienti reali, e in  $V$  si considerino il sottoinsieme  $U$ , costituito dai polinomi aventi 0 come radice, e il sottospazio vettoriale  $W$ , generato dai polinomi  $p_1(t) = t^2 + 1$  e  $p_2(t) = t - 1$ .

- a) Verificare che  $U$  è un sottospazio vettoriale di  $V$  e determinarne la dimensione;
- b) determinare la dimensione  $\dim(U+W)$  del sottospazio somma di  $U$  e  $W$ ;
- c) determinare una base per il sottospazio intersezione  $U \cap W$ .

**Svolgimento**

**Esercizio 4****(punteggio: 2+2+3)**

Sia  $V = M(2, \mathbf{R})$  lo spazio vettoriale delle matrici quadrate  $2 \times 2$  a elementi reali, e si consideri l'applicazione  $F : V \rightarrow V$ , definita da  $f(X) = X + X_T$  per ogni matrice  $X$  in  $V$ , dove  $X_T$  denota la trasposta di  $X$ .

- a) verificare che  $F$  è lineare;
- b) stabilire se  $F$  è iniettiva;
- c) determinare gli autovalori di  $F$ .

**Svolgimento**

**Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale**  
**23 Gennaio 2019**

<b>Cognome:</b>	
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	
<b>Anno di Corso:</b>	

**Domanda**

**(punteggio: 4)**

Dare le definizioni di campo.

Fornire un esempio di campo e un esempio di anello che non sia un campo.

**Risposta:**