Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
23 Gennaio 2019

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	
Voto	4	6	6	7	7	**/30**

Esercizio 1 **(punteggio:1.5+1.5+1.5+1.5)**

Siano $\alpha = (2347)$ e $\beta = (1356)$ due permutazioni sull'insieme $X=\{1,2,3,4,5,6,7\}$.
Si dica, giustificando le risposte se le seguenti affermazioni sono V (vere) o F (false):

1) $\beta^2 = (15)(36)$
2) $\alpha\beta = \beta\alpha$
3) $\alpha^{-1} = \alpha^3$
4) $\beta^{45} = I$

Svolgimento

Esercizio 2 **(punteggio: 2+2+2)**

In $\mathbb{K}[x]$ si considerino i polinomi:

$p(x) = x^6 - 6x^5 + 3x^4 +12x^3 - 9x^2 - 6x +5$ e $q(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

1) Nel caso $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, verificare che $p(x)$ è divisibile per $q(x)$ e verificare che $x = -1$ è radice di $p(x)$.
2) Nel caso $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, determinare la scomposizione di $p(x)$ in fattori irriducibili.
3) Nel caso $\mathbb{K} = \mathbb{Z}_2$, determinare la scomposizione di $p(x)$ in fattori irriducibili.

Svolgimento:

Esercizio 3 **(punteggio: 2+3+2)**

Si considerino la matrice

$$M_k = \begin{bmatrix} 1 & k & 0 \\ k & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

e l'endomorfismo $f_k : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definito da $f_k(\mathbf{x}) = M_k \mathbf{x}$, dove $\mathbf{x} = [x,y,z]_T$ e k e` un parametro reale.

a) In dipendenza da k determinare la dimensione del nucleo $\mathrm{Ker} f_k$.
b) In dipendenza da k determinare una base dello spazio $\mathrm{Im} f_k$.
c) Posto $k = 1$, determinare gli autovalori di f_1.

Svolgimento

Esercizio 4 **(punteggio: 3+4)**

Sia V = M(2, **R**) lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 a elementi reali, e sia $T : V \to \mathbf{R}$ l'applicazione definita da

$$T(X) = x_{11} + x_{22},$$

per ogni matrice $X = [x_{ik}] \in V$.

a) Verificare che T è un'applicazione lineare e suriettiva.
b) Determinare la dimensione e una base di Ker T.

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
23 Gennaio 2019

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda **(punteggio: 4)**

Sia **A** una matrice a elementi reali a m righe e n colonne, e si consideri il sistema di equazioni lineari $\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^m$ assegnato.
Si dica quale condizione su **A** e **b** è necessaria e sufficiente affinché il sistema dato ammetta almeno una soluzione.

Risposta: