Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
9 Luglio 2018

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	
Voto	4	7	7	7	7	**/30**

Esercizio 1 **(punteggio: 3+2+2)**

In $\mathbb{K}[x]$ si considerino i polinomi $p(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + 2x^3 - 11x^2 + x - 6$ e $q(x) = x^4 + 2x^2 + 1$.

1) Nel caso $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, verificare che $p(x)$ è divisibile per $q(x)$.
2) Nel caso $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, determinare la scomposizione di $p(x)$ in fattori irriducibili.
3) Nel caso $\mathbb{K} = \mathbb{Z}_5$, determinare la scomposizione di $p(x)$ in fattori irriducibili.

Svolgimento

Esercizio 2 **(punteggio: 2.5+2.5+2)**

Siano *f, g, h* le applicazioni dall'insieme $\mathbb{R}$ in sè stesso definite nel modo seguente:

$$f(x) = x^3 - 5; \quad g(x) = -2x^2 + 2; \quad h(x) = 3x - 1, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

1) Stabilire se f è iniettiva e, in caso affermativo, calcolarne la funzione inversa.
2) Determinare l'insieme $g^{-1}(-2)$ e stabilire se g è iniettiva.
3) Stabilire se $g \circ h = h \circ g$ (il simbolo $\circ$ denota l'usuale composizione di applicazioni).

Svolgimento:

Esercizio 3 **(punteggio: 2+3+2)**

Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x + k\,y + z = 1 \\ k\,x + y + k\,z = k \\ 2\,x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

dove k è un parametro reale.

a) Si dica se per qualche valore di k il sistema dato è Crameriano.
b) Stabilire per quali valori di k il sistema dato ammette soluzioni.
c) Determinare la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo associato al sistema dato.

<u>Svolgimento</u>

Esercizio 4 **(punteggio: 2+3+2)**

Sia $V = \mathrm{M}(2, \mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate reali 2×2 e si consideri l'applicazione $f : V \to V$ definita ponendo

$$f\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -b & -a \\ d & c \end{bmatrix} \quad \text{per ogni matrice} \quad \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in V.$$

a) Verificare che f è lineare.
b) Fissata una base di V, determinare la matrice che rappresenta f rispetto ad essa.
c) Stabilire se la matrice $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ è un autovettore di f.

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
9 Luglio 2018

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda teorica **(punteggio: 2 + 2)**

Siano V e W due spazi vettoriali sul campo $\mathbb{R}$ dei numeri reali.

1) Cosa significa che $f: V \to W$ è un'applicazione lineare ?
2) Sia $f: V \to W$ un'applicazione lineare. Stabilire se è vera (V) o falsa (F) la seguente affermazione, giustificando la risposta. Se tre vettori u, v, w di V sono linearmente dipendenti, allora anche le loro immagini $f(u)$, $f(v)$, $f(w)$ sono linearmente dipendenti.

Risposta