Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
16 Luglio 2019

Cognome:	**Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:**
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	**RITIRATO/A**

Riservato alla Commissione						
Quesito	**D**	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	
Voto	4	7	7	7	7	**/30**

Esercizio 1 **(punteggio: 1+2+2+2)**

Si considerino gli insiemi X ={*a,b,c*} e Y={1,2,3,4}

1) Si scriva una relazione tra X e Y.
2) Si scriva una applicazione da X a Y.
3) Si determini il numero delle applicazioni iniettive da X a Y e se ne scriva una.
4) Si stabilisca se esistono applicazioni suriettive da X a Y.

Svolgimento

Esercizio 2 **(punteggio: 3+2+2)**

Nell'insieme delle matrici quadrate 2x2 a entrate reali, si considerino i sottoinsiemi

$$D = \{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix}, \mid x, y \in \mathbf{R}\} \quad \text{e} \quad D' = \{ \begin{bmatrix} 0 & b \\ a & 0 \end{bmatrix}, \mid a, b \in \mathbf{R}\}$$

1. Si stabilisca se D e D' sono chiusi rispetto all'operazione di prodotto righe per colonne di matrici ($\circ$).
2. Si determinino gli elementi invertibili di D rispetto al prodotto $\circ$.
3. Si stabilisca se (D, $\circ$) è un gruppo.

Svolgimento:

Esercizio 3 **(punteggio: 2+2+3)**

Nello spazio vettoriale $V = \mathrm{M}(2,\mathbf{R})$ delle matrici quadrate 2×2 a elementi reali si considerino i due sotto-insiemi seguenti: S, costituito dalle matrici $A \in V$ tali che $\det A = 0$, e T, costituito dalle matrici $B = [b_{ij}] \in V$ tali che $b_{11} + b_{22} = 0$.

a) Mostrare che T è un sottospazio vettoriale di V e determinarne una base;
b) Mostrare che S non è un sottospazio vettoriale di V;
c) Determinare una base del sottospazio vettoriale $< S >$, generato da S.

Svolgimento

Esercizio 4 **(punteggio: 2+2+3)**

Si consideri l'applicazione f_k: $\mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definita ponendo

$$f_k(x, y, z) = (2x + 3y - z + k(k^2 - 4),\ k(k - 1)y + kz,\ -x + 2z)$$

per ogni $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$, dove k è un parametro reale.

a) Stabilire per quali valori di k la f_k è lineare;
b) posto $k = 2$, stabilire se $[1\ \ 2\ \ 1]_T \in \mathrm{Im} f_2$;
c) posto $k = 0$, determinare autovalori ed autospazi di f_0.

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
16 Luglio 2019

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda **(punteggio: 4)**

1) Si enunci il Teorema di Ruffini per polinomi in una variabile a coefficienti in un campo.
2) Se il polinomio, a coefficienti reali, $p(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ è riducibile, si può dedurre che ha almeno una radice reale? Giustificare la risposta.

Risposta: