

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
17 Settembre 2019

Cognome:	Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare: RITIRATO/A
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Riservato alla Commissione						
Quesito	D	E1	E2	E3	E4	
Voto	4	7	7	7	7	/30

Esercizio 1

(punteggio: 2+2+1+2)

Nell'insieme X dei polinomi in x di grado minore o uguale a 1, a coefficienti reali,

$$X := \{ a+bx \mid a, b \in \mathbf{R} \}$$

si consideri l'operazione $*$: $X \times X \rightarrow X$ definita da: $(a+bx) * (c+dx) = 3ac + (b+d)x$.

- 1) Stabilire se $*$ è associativa.
- 2) Stabilire se $*$ ammette elemento neutro.
- 3) Determinare l'inverso di $1+2x$, rispetto a $*$.
- 4) Stabilire quali elementi di X ammettono inverso rispetto a $*$.

Svolgimento

Esercizio 2**(punteggio: 2+2+3)**

Siano $X:=\{x,y,z,w\}$ e $Y:=\{a,b,c,d\}$ e si considerino le applicazioni $f: X \rightarrow Y$ e $g: Y \rightarrow X$, definite nel modo seguente:

$$f(x) = b; \quad f(y) = a; \quad f(z) = a; \quad f(w) = c,$$

e

$$g(a) = x; \quad g(b) = w; \quad g(c) = y; \quad g(d) = z.$$

- 1) Determinare gli insiemi $f^{-1}(a)$ e $f^{-1}(d)$.
- 2) Determinare $g \circ f(y)$ e $f \circ g(b)$ (il simbolo \circ denota l'usuale composizione di applicazioni).
- 3) Stabilire se $g \circ f$ e $f \circ g$ siano o meno iniettive e/o suriettive.

Svolgimento:

Esercizio 3

(punteggio: 2+3+2)

Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x + ky + 2z = 2k \\ kx + y + z = 2k - 1 \\ kx + y + 2z = 2k \end{cases}$$

dove k è un parametro reale.

- Stabilire per quali valori di k il sistema dato è Crameriano.
- Stabilire per quali valori di k il sistema dato ammette soluzioni.
- Determinare la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo associato al sistema dato, in dipendenza da k .

Svolgimento

Esercizio 4**(punteggio: 2+3+2)**

Sia $V = M(2, \mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate reali 2×2 e si consideri l'applicazione $f: V \rightarrow V$ definita ponendo

$$f\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 4c & 4d \\ a & b \end{bmatrix} \quad \text{per ogni matrice } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in V.$$

- a) Verificare che f è lineare.
- b) Determinare gli autovalori di f .
- c) Stabilire se la matrice $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ è un autovettore di f .

Svolgimento

Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale
17 Settembre 2019

Cognome:	
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	

Domanda teorica

(punteggio: 2 + 2)

- 1) Enunciare il teorema di “nullità più rango”.
- 2) Sia $f: V \rightarrow W$ un’applicazione lineare tra due spazi vettoriali reali con $\dim V < \dim W$. Spiegare perché f non può essere suriettiva.

Risposta