

**Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale**  
**24 Gennaio 2020**

<b>Cognome:</b>	<b>Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:  RITIRATO/A</b>
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	
<b>Anno di Corso:</b>	

<b>Riservato alla Commissione</b>						
<b>Quesito</b>	<b>D</b>	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>E3</b>	<b>E4</b>	
<b>Voto</b>	3	7	7	7	7	/30

**Esercizio 1**

**(punteggio: 5+2)**

Nell'anello  $\mathbb{Q}[x]$  dei polinomi in una indeterminata a coefficienti razionali, si considerino i polinomi:

$$p(x) = 3x^3 + 4x^2 - x - 2 \quad \text{e} \quad q(x) = 3x^3 + 10x^2 + x - 6$$

- 1) Dopo aver verificato che  $x=2/3$  è radice sia di  $p(x)$  che di  $q(x)$ , si decompongano  $p(x)$  e  $q(x)$  in fattori irriducibili.
- 2) Si determini il MCD monico di  $p(x)$  e  $q(x)$ .

**Svolgimento**

## Esercizio 2

(punteggio: 2+5)

Sia  $X=\{1,2,3,4,5,6\}$  e sia  $R$  la relazione su  $X$  così definita:

$$R=\{(1,1),(2,2),(2,4),(2,5),(3,3),(3,6),(4,2),(4,4),(4,5),(5,2),(5,4),(5,5),(6,3),(6,6)\}.$$

1. Si scriva la matrice di incidenza di  $R$
2. Si stabilisca, giustificando brevemente le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F):
  - i.  $R$  e riflessiva
  - ii.  $R$  e simmetrica
  - iii.  $R$  e una relazione di equivalenza e in caso affermativo determinare la classe di equivalenza di  $\{4\}$ .
  - iv.  $R$  e una relazione d'ordine e in tal caso si disegni il diagramma di Hasse.

**Svolgimento:**

**Esercizio 3****(punteggio: 2+2+1+2)**

Sia  $f_k: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  l'applicazione definita, al variare del parametro reale  $k$ , ponendo

$$f_k(x, y, z) = (x + (1 - k)y, 2(1 - k)x + 2y + k^2 - k, kx + z), \quad \text{per ogni } (x, y, z) \in \mathbf{R}^3.$$

- Stabilire per quali valori di  $k$ , l'applicazione  $f_k$  è lineare.
- Posto  $k = 0$ , determinare le eventuali anti-immagini del vettore  $w = (2, 1, 0)$ .
- Stabilire se  $f_0$  è iniettiva.
- Posto  $k = 1$ , determinare autovalori ed autospazi di  $f_1$ .

**Svolgimento**

**Esercizio 4****(punteggio: 2+3+2)**

In  $\mathbf{R}^4$  si consideri il sottoinsieme  $M$  costituito dai vettori della forma  $(a, 1, 2, a)$ , al variare di  $a \in \mathbf{R}$ .

- a) Stabilire se  $M$  è un sottospazio vettoriale di  $\mathbf{R}^4$ .
- b) Indicato con  $W$  il più piccolo sottospazio vettoriale di  $\mathbf{R}^4$  contenente  $M$  ed il vettore  $v = (0,0,0,1)$ , determinarne la dimensione  $\dim W$ .
- c) Determinare una base di  $W$ .

**Svolgimento**

**Metodi Matematici per la Comunicazione Digitale**  
**24 Gennaio 2020**

<b>Cognome:</b>	
<b>Nome:</b>	
<b>Matricola:</b>	
<b>Anno di Corso:</b>	

**Domanda teorica**

**(punteggio: 3)**

Si dia la definizione di anello.

**Risposta**