

Metodi Matematici per la Comunic. Digit. (Matematica del Discreto) – 7 Giugno 2019
Seconda Prova Intermedia

Cognome:	Per ritirarsi ed evitare la valutazione del compito firmare:
Nome:	
Matricola:	
Anno di Corso:	
RITIRATO/A	

Riservato alla Commissione						
Quesito	D	E1	E2	E3		
Voto	8	8	8	8		/30

Domanda teorica

(punteggio: 3+2+3)

- 1) Si dia la definizione di *anello*.
- 2) Si dia la definizione di *campo*.
- 3) Si fornisca un esempio di anello che non sia un campo.

Svolgimento

Esercizio 1

(punteggio: 2+3+3)

Siano $\sigma = (2438)$ e $\tau = (12457)$ due cicli dell'insieme S_8 .

Si dica, giustificando le risposte, se le seguenti affermazioni sono V (vere) o F (false):

1) $\sigma^2 = (23)(48)$

2) $\sigma \cdot \tau = \tau \cdot \sigma$

3) $\tau^{-2} = \tau^3$

4) σ^{46} è pari.

Svolgimento

Esercizio 2**(punteggio: 2 + 3 + 3)**

Sia $V = M(2, \mathbf{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate 2×2 a elementi reali e sia $f : V \rightarrow \mathbf{R}^2$ l'applicazione definita ponendo $f(A) = (a - d, b + c)$ per ogni matrice $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in V$.

- a) Mostrare che f è un'applicazione lineare.
- b) Stabilire se f è suriettiva.
- c) Determinare una base di $\text{Ker } f$.

Svolgimento:

Esercizio 3**(punteggio: 2 + 3 + 3)**

Sia $f_k: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^4$ l'applicazione lineare definita, al variare del parametro reale k , ponendo

$$f_k(x, y, z) = (x - y + 2z, y - kz, y - kz, x - y + (1+k)z), \quad \text{per ogni } (x, y, z) \in \mathbf{R}^3.$$

- Determinare la matrice associata a f_k rispetto alle basi canoniche di \mathbf{R}^3 e di \mathbf{R}^4 .
- Stabilire per quali valori di k la f_k non è iniettiva e per tali valori determinare la dimensione di $\text{Ker } f_k$.
- Stabilire per quali valori di k , il vettore $\mathbf{b} = (-2, k, k, k-1)$ appartiene a $\text{Im } f_k$.

Svolgimento