

Lectures on Algebraic Topology – a.a 2018/2019 – Marina Bertolini

Oct. 2, 2018 – Lectures 1 and 2

Introduction. Preliminaries on abelian groups and exact sequences.

Preliminaries on categories and functors with examples.

([2] Chapter 1)

Oct. 5, 2018 – Lectures 3 and 4

Preliminaries on Homology of complexes: complexes, homology, exact homology sequence, chain homotopy.

([2] Chapter 2)

Oct. 9, 2018 – Lectures 5 and 6

Euler characteristic of a complex.

([2] Chapter 2)

Introduction to singular homology theory: affine preliminaries. Simplexes, face operator, singular homology groups.

([1] Chapter 2, §8,9)

Oct. 12, 2018 – Lectures 7 and 8

Homology groups of a single point. Geometric meaning of H_0 . Relation between fundamental group and H_1 .

([1] Chapter 2, §12)

Oct. 16, 2018 – Lectures 9 and 10

Functorial properties of homology groups.

Homotopy invariance of homology groups (sketch of proof). ([1] Chapter 2, §11)

Relative homology ([1] Chapter 2, §13).

Oct. 19, 2018 – Lecture 11 and part of 12

Exercises on relative homology and homotopy invariance of relative homology groups.

([1] Chapter 2, §13).

Nov. 16, 2018 – Lectures 13 and 14

Calcolo dei gruppi di omologia singolare di alcuni spazi topologici: unione a un punto di varietà topologiche, unione a un punto di circonferenze, toro e somma connessa di tori, spazio proiettivo reale e somma connessa di spazi proiettivi reali.

Nov. 20, 2018 – Lectures 15 and 16

Caratteristica di Eulero delle superfici compatte e della somma connessa di varietà topologiche.

Introduzione al grado topologico per applicazioni tra sfere e sue proprietà. Invarianza per omotopia del grado, grado della mappa antipodale e esistenza di zeri per campi vettoriali sulle sfere. Interpretazione locale del grado di mappe tra sfere.

([2] Capitolo 4, §4 e 5).

Nov. 23, 2018 – Lectures 17 and 18

Teoremi di punto fisso per mappe su una sfera.

Interpretazione locale del grado di mappe tra sfere, proprietà e proprietà di additività.

([2] Capitolo 4, §4 e 5).

Definizione di orientazione locale e globale sulle varietà topologiche attraverso i gruppi di omologia locale.

([3] Capitolo 3, §3.3).

Richiami sulle applicazioni lisce, punti regolari e valori regolari.

([4] Capitolo 4, §4 e 5).

Nov. 27, 2018 – Lectures 19 and 20

Cardinalità della fibra per valori regolari (localmente costante) e richiami sull'orientazione del bordo di varietà orientate. Grado di Brower per applicazioni lisce e sue proprietà. Indipendenza del grado dal valore regolare e invarianza del grado per omotopia (con lemma di estensione).

([4] Capitolo 4, §5).

Nov. 30, 2018 – Lecture 21

Formula del grado per l'integrale del pull-back di una forma differenziale. [[5] Cap 4, §8]

References

[1] M.J.Greenberg- J.R.Harper, Algebraic Topology-A first course. Addison-Welsey, 1981.

[2] A. Dold, Lectures on Algebraic Topology. Springer-Verlag

[3] A. Hatcher, Algebraic Topology

[4] J.W. Milnor, Topology from the differentiable point of view. University press of Virginia.

[5] V.Guillemin, A. Pollack Differential Topology. AMS Chelsea Publishing 2010.