

Laboratorio 1

Obiettivi

a) approssimare un problema di Cauchy

$$u'(t) = f(t, u(t)), \quad t_0 \leq t \leq T$$

$$u(t_0) = v$$

con il metodo di **Eulero Esplicito**

assegnato un intero $N \neq 0$, sia $\tau = (T - t_0)/N$

$$U_{n+1} = U_n + \tau f(t_n, U_n), \quad 0 \leq n \leq N-1$$

$$U_0 = v$$

prevedendo la stampa su file, ad ogni istante temporale, della coppia di valori t_n, U_n

b) applicare il metodo ad un problema di cui si conosca la soluzione esatta allo scopo di poter calcolare l'errore dopo 1 solo passo (ossia l'errore che si genera nel singolo passo quando si parte da un dato affetto dal solo errore di floating), dopo N passi (errore finale) e il massimo tra tutti.

Schema del programma C++

- Include vari;
- using namespace std;
- typedef double Real;
- prototipo della funzione che definisce $f(t,u)$;

inizio del main:

- definizione e assegnazione delle variabili u, t, T ;
- definizione del file di stampa (eventuale lettura in input del nome del file di stampa)
- lettura in input di N (NB: da definire come **unsigned long**)
- calcolo di tau;
- **inizio ciclo for** $n = 1:N$
 - passo di Eulero Esplicito
 - output su file della coppia t,U (separata da una virgola)

fine ciclo for

fine main

- definizione della funzione $f(t,u)$;

Schema di lavoro in Matlab (o Octave)

Definire la soluzione esatta

Caricare il file contenente i dati forniti dal programma in C++

X = load(nome_file) carica nella variabile X il contenuto del file nome_file; nel nostro caso una matrice di N+1 righe e 2 colonne; colonna 1 vettore dei tempi, colonna 2 vettore dei valori della soluzione approssimata;

Calcolare la soluzione esatta nei valori di X(:,1)

Eeguire nella stessa finestra il grafico di soluzione esatta ed approssimata

Calcolare 3 tipi di errore:

dopo un solo passo

al tempo finale

massimo (in modulo) tra tutti gli istanti temporali

Prove numeriche

Utilizzare i dati del Problema 1.2 contenuto nel file alcuni problemi di Cauchy (caso scalare). Eeguire prove per $N = 10, 100, 1000, 10000, \dots$ Con i valori dell'errore compilare (a mano!) una tabella del tipo

N	Errore al primo passo	Errore finale	Errore massimo tra i passi
10			
100			
1000			
10000			

Dai dati in tabella dedurre l'ordine di infinitesimo, rispetto a tau, con cui gli errori tendono a zero.

Eeguire, per ogni valore di N, il grafico sovrapposto di soluzione esatta ed approssimata e verificare come, al crescere di N, i due grafici tendano a sovrapporsi.

Ripetere l'esercizio utilizzando i dati del Problema 1.5.