Laboratorio 2

Obiettivi

a) evidenziare la relazione tra la convergenza e l'aritmetica in precisione finita (Es.2.1)

b) approssimare il problema di Cauchy per un SISTEMA di E.D.O.:

$$f: \Re^{d+1} \longrightarrow \Re^{d}$$

$$u'(t) = f(t,u(t)), \quad t_0 \le t \le T, \quad u(t) \in \Re^{d}$$

$$u(t_0) = v, \qquad v \in \Re^{d}$$

con il metodo di **Eulero Esplicito**

assegnato un intero $N \neq 0$, sia $\tau = (T - t_0)/N$

$$U_{n+1} = U_n + \tau f(t_n, U_n), \qquad 0 \le n \le N-1$$

$$U_0 = v$$

dove U_n è un vettore di d componenti

Esercizio 2.1

Approssimare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = u, & t \in [0,2] \\ u(0) = 1 \end{cases}$$

con il metodo di Eulero Esplicito ad N passi.

Lavorare in doppia precisione (double). Eseguire prove per N= 10^k, k = 1, 2, …, 7. memorizzando l'errore assoluto finale ottenuto ad ogni prova nella tabella sottostante.

Ripetere l'esercizio lavorando in precisione semplice (float).

N	Errore finale double	Errore finale float
10		
100		
1 000		
10 000		
100 000		
1 000 000		
10 000 000		

Con Matlab fare un grafico in doppia scala logaritmica (comando loglog) che abbia in ascissa N e in ordinata gli errori finali nei due casi. Interpretare i risultati.

Mantenendo la doppia scala logaritmica sovrapporre al grafico appena effettuato il grafico di 1/N e di 1e-7*N e interpretare i risultati.

Esercizio 2.2

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_1' = -u_2 \\ u_2' = u_1 \\ u_1(0) = 1 \\ u_2(0) = 0 \end{cases} \qquad t \in [0, 10],$$

la cui soluzione è

$$\begin{cases} u_1 = \cos(t) \\ u_2 = sen(t) \end{cases}$$

(N.B. Il problema assegnato corrisponde all'equazione differenziale in variabile complessa u'=iu, u(0)=1)

Approssimare il sistema di equazioni con il metodo Eulero Esplicito. Eseguire prove per N = 100, 1000, 10000. Calcolare con Matlab l'errore finale per ognuna delle due componenti e osservare come esso tenda a zero al crescere di N. Per ogni valore di N, fare un grafico sovrapposto di soluzione esatta e approssimata per ognuna delle due componenti.

Tracciare un grafico della traiettoria nel piano della soluzione esatta e di quella approssimata e vedere come questo si modifichi al crescere di N.