

Laboratorio 3

Obiettivi

- a) Studio dell'evoluzione dell'errore in tre casi emblematici (Es 3.1, Es. 3.2)
- b) Costruzione di una libreria di funzioni per il calcolo matriciale.

Esercizio 3.1

Approssimare i problemi seguenti con il metodo di Eulero Esplicito lavorando in singola precisione (float), eseguendo il grafico sovrapposto di soluzione esatta ed approssimata.

Dare una giustificazione della diversità dei risultati ottenuti nei due casi.

$$\begin{cases} u' = 3(u-t), & t \in [0, 10] \\ u(0) = 1/3 \end{cases} \quad \text{Soluzione: } u(t) = t + 1/3 \quad \text{prove per } N = 10, 100, 1000, 10000$$
$$\begin{cases} u' = -15u + 5, & t \in [0, 10] \\ u(0) = 1/3 \end{cases} \quad \text{Soluzione: } u(t) = 1/3 \quad \text{prove per } N = 10, 20, 40, 80, 160$$

Esercizio 3.2

Approssimare il seguente sistema di E.D.O con il metodo di Eulero Esplicito per $N = 1000$, perturbando il valore iniziale $u_1(0)$ di una quantità ε . Confrontare tramite un grafico sovrapposto il comportamento della soluzione perturbata con quello della soluzione non perturbata; eseguire prove per $\varepsilon = 1e-10, 1e-7, 1e-4, 1e-1$. Dare una giustificazione dei risultati ottenuti.

$$\begin{cases} u_1' = u_2 \\ u_2' = u_1 \\ u_1(0) = 1 \\ u_2(0) = -1 \end{cases} \quad t \in [0, 20] \quad \text{Sol: } \begin{cases} u_1(t) = e^{-t} \\ u_2(t) = -e^{-t} \end{cases} \quad \text{pb. perturbato: } \begin{cases} u_1' = u_2 \\ u_2' = u_1 \\ u_1(0) = 1 + \varepsilon \\ u_2(0) = -1 \end{cases}$$