

Laboratorio 6

Obiettivo: implementare l'estrapolazione di Richardson (vedi [Richardson](#)) per

- a) elevare l'ordine di un metodo a passo fisso;
- b) stimare l'errore di consistenza.

Esercizio 6.1

Approssimare il problema 1.2 con il metodo Runge-Kutta 4 e con lo stesso metodo corretto con l'estrapolazione di Richardson per $N = 10, 100, 1000$. Compilare una tabella del tipo:

N	Errore al primo passo di RK4 puro	$\ W_2 - V\ / (2^4 - 1)$ al primo passo	Errore finale RK4 puro	Errore finale RK4 con Richardson
10				
100				
1000				

Verificare l'aumento dell'ordine e come il fattore correttivo di Richardson sia un infinitesimo rispetto a $1/N$ dello stesso ordine dell'errore di consistenza.

Esercizio 6.2

Approssimare il problema di Van der Pol in [alcuni problemi di Cauchy \(sistemi\)](#) con $\varepsilon = 1$ con il metodo di estrapolazione di Richardson dove Φ sia Runge-Kutta 4.

Utilizzando i dati già ottenuti nell'esercizio 5.2 compilare una tabella del tipo:

N	Errore Runge-Kutta 4	Errore Runge-Kutta 4 con Richardson
100		
1000		
10000		
100000		

Verificare l'aumento dell'ordine.

Esercizio 6.3

Approssimare il problema

$$\begin{cases} u' = \sqrt[4]{t^5} & t \in [0, 3], \\ u(0) = 0 \end{cases}$$

con il metodo Runge-Kutta 4 con estrapolazione di Richardson per $N = 10, 100, 1000, 10000$. Calcolare l'errore finale. Fare una tabella dell'errore, confrontarla con i risultati ottenuti nell'esercizio 5.3. Giustificare i risultati.