

Laboratorio 7

Obiettivi

Implementazione di un generico metodo **Runge – Kutta Immerso con passo adattivo** per problemi in \mathbf{R}^d

Per poter discutere e interpretare i risultati degli esercizi che seguono è utile che i vostri programmi prevedano il **conto di quante volte è stata valutata f** (non è legato solo al numero di stadi e di passi ma anche a quante volte ogni passo è stato rifatto); si ottiene tramite un contatore nella funzione che definisce f che si incrementa ad ogni chiamata di f (o tramite una variabile static o una variabile globale) Scaricate da sito la funzione di Matlab **passi.m**: vuole in input il vettore dei tempi e produce un grafico con le ampiezze dei passi utilizzati

Esercizio 7.1

Approssimare il problema

$$\begin{cases} u' = -u + 10e^{-t} & t \in [0,50] \\ u(0) = 0 \end{cases} \text{ di soluzione } u = 10te^{-t}$$

con Eulero Esplicito/Heun a passo adattivo. Imporre $\text{toll}=1e-6$, τ iniziale = 0.1. Visualizzare tramite la funzione *passi.m* la distribuzione dell'ampiezza dei passi. Mettere in evidenza il n° dei sottointervalli utilizzati, il n° delle valutazioni di f e l'errore massimo tra tutti i passi.

Ripetere l'approssimazione con Heun a passo fisso usando un numero di passi uguale alla metà del numero di valutazioni di f effettuate dall'adattivo. Confrontare l'errore massimo col precedente. Confrontare i grafici della soluzione esatta e delle due approssimazioni.

Ripetere l'esercizio utilizzando il metodo di Fehlberg 54 e constatare la riduzione sia del numero di passi che delle valutazioni di f.

Ottenere gli stessi risultati (in termini di errore massimo tra i passi) con un metodo RK esplicito di ordine 5 (si consiglia di usare i coefficienti del Fehlberg di ordine 5) e verificare l'aumento di costo.

Esercizio 7.2 (Vecchio progetto d'esame)

Approssimare il problema Terra Luna Satellite (Esempio 4 di *alcuni problemi di Cauchy sistemi*) Confrontare le prestazioni in termini di costo e precisione di un metodo Runge-Kutta a passo fisso con uno a passo adattivo dello stesso ordine. (si consiglia Fehlberg 54 contro Fehlberg 5)

Esercizio 7.3 (Vecchio progetto d'esame)

Approssimare il problema

$$\begin{cases} u' = \cos\left(\frac{1}{u}\right) - 2, & t > 0 \\ u(0) = 1 \end{cases} \quad \text{dopo essersi fatti un'idea qualitativa della soluzione esatta.}$$