

Andrea Carati — Luigi Galgani

Progress along the lines
of the Einstein classical program

An enquiry on the necessity of quantization
in light of the modern theory of dynamical systems

Anno Accademico 2017–2018



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI
DI MILANO

Indice

Parte Prima: Planck e Einstein, Poincaré e Nernst, Kubo e Fermi	1
Prefazione alla prima parte	1
1 Fermi, Pasta ed Ulam (FPU), 1954: critica su basi dinamiche del principio di equipartizione	5
1.1 Il lavoro FPU come lavoro di ricerca sulle relazioni tra MQ e fisica classica	5
1.2 Il modello FPU, e i corrispondenti modi normali di oscillazione	8
1.3 La scoperta di FPU: nonequipartizione dell'energia a basse energie secondo la fisica classica, e il problema della caoticità dei moti	11
1.4 Il contributo di Chirikov: la congettura sulla soglia di caoticità al limite termodinamico	15
1.5 Il dibattito sulla soglia di Chirikov. La nuova teoria perturbativa in senso statistico, valida nel limite termodinamico . .	16
1.6 La fase attuale. Rilassamento a uno stato di equilibrio con equipartizione: caratterizzazione della corrispondente meccanica statistica come problema aperto	18
2 Boltzmann e la termodinamica statistica: la crisi del principio di equipartizione	21
2.1 L'importanza del principio di equipartizione per il programma riduzionista nelle scienze della natura	21
2.2 Le teorie cinetiche e la scoperta di Clausius: l'interpretazione meccanicistica della pressione e della temperatura	23
2.3 Il procedimento statistico di Boltzmann e la distribuzione di Maxwell–Boltzmann	32
2.4 La distribuzione di Maxwell–Boltzmann nel limite del continuo, e il teorema di equipartizione dell'energia	49
2.5 Boltzmann contro l'equipartizione	61

3	Planck e il corpo nero: 19 ottobre e 14 dicembre 1900	63
3.1	Il corpo nero come sistema termodinamico	63
3.2	I lavori di Planck	73
3.3	Deduzione di Planck della legge di Wien	74
3.4	La comunicazione del 19 ottobre 1900	83
3.5	La comunicazione del 14 dicembre 1900	85
4	Einstein e i quanti, le fluttuazioni di energia, e le statistiche di Bose–Einstein e di Fermi–Dirac	91
4.1	Introduzione	91
4.2	Il lavoro del 1905, sui quanti del campo elettromagnetico . . .	92
4.3	Il lavoro del 1907 sui calori specifici	98
4.4	Einstein e le fluttuazioni di energia, prima conferenza Solvay del 1911, <i>La théorie du rayonnement et les quanta</i> . “Tutto va come se” il sistema fosse quantizzato	102
4.5	Il lavoro sulle probabilità di transizione del 1917. Nuova deduzione della legge di Planck	108
4.6	I lavori di Bose ed Einstein del 1924–1925	111
4.7	Una anticipazione del “classical program” in relazione al principio di equipartizione	117
5	Poincaré 1912: sulla necessità della quantizzazione. La risposta di Nernst, 1916	119
5.1	Introduzione	120
5.2	L’argomentazione semplificata: la quantizzazione del singolo oscillatore	121
5.3	Il lavoro di Poincaré	123
5.4	Osservazioni sulla necessità della quantizzazione	134
5.5	Primi tentativi di sostituire la quantizzazione con l’esistenza di una soglia di caoticità: Planck 1911, Einstein–Stern 1913, e l’energia di punto zero	137
5.6	La risposta di Nernst a Poincaré: 1916	139
5.6.1	Il terzo principio della termodinamica (Nernst, 1906), e la concezione dell’energia di punto zero come energia ordinata	139
6	I tempi di rilassamento in termodinamica e in meccanica statistica. Da Boltzmann e Gibbs a Kubo	147
6.1	Introduzione	147
6.2	Da Boltzmann a Gibbs. La formula di Einstein–Boltzmann per il calore specifico	151
6.3	Il processo di misurazione del calore specifico: equilibrio e metaequilibrio	158
6.4	Realizzazione matematica: il modello microscopico	159

6.5	Deduzione del secondo principio	163
6.6	L'espressione teorica per il calore specifico	166
6.7	Calore specifico e dinamica. La formula "alla Kubo" e le correlazioni temporali. Generalizzazione della formula di Einstein-Boltzmann	167
Parte Seconda: Heisenberg, Born, Dirac e Schrödinger, Wheeler-Feynman e Kubo		171
	Prefazione alla seconda parte	171
7	Le righe spettrali del Fluoruro di Litio nell'infrarosso	175
7.1	L'indice di rifrazione secondo la meccanica statistica classica .	176
7.2	Il modello di cristallo	177
7.3	I risultati delle simulazioni	178
8	La dispersione della luce, e la teoria classica nel modello di Drude	181
8.1	La legge di Snell e l'indice di rifrazione	181
8.2	La teoria elettromagnetica della luce	188
8.3	La teoria della dispersione di Drude	196
9	Dopo Rutherford: Bohr, la vecchia meccanica quantistica e il principio di corrispondenza	203
9.1	Un breve excursus storico. Da Bohr alla costruzione della MQ	203
9.2	Il modello planetario dell'atomo, il principio di Rydberg-Ritz ed il modello di Bohr	209
9.3	"The old quantum mechanics": quantizzazione alla Bohr-Sommerfeld ed il principio di corrispondenza di Bohr	214
9.4	Il penultimo passo: The formal passage from classical mechanics to a "quantum mechanics" (Born, 1924).	219
10	Heisenberg, 29 luglio 1925	225
10.1	La nuova "cinematica" di Heisenberg.	226
10.2	La "regola di somma" di Heisenberg come legge di quantizzazione per sistemi generici. Estensione di Born e Jordan alla familiare regola di quantizzazione $[p, q] = -i\hbar$	231
10.3	Ruolo cinematico della legge di quantizzazione: determinazione degli autovalori delle osservabili, e delle loro rappresentazioni matriciali	240
10.4	Ruolo dinamico della legge di quantizzazione: compatibilità (formale) tra evoluzione di Heisenberg ed evoluzione "classica" 246	
11	Schrödinger, 27 gennaio 1926	255
11.1	Il colpo d'ala di Schrödinger: la "meccanica ondulatoria e il ruolo degli "stati"	255

11.2	La “deduzione” dell’equazione di Schrödinger, e la necessità di ambientarla in ambito complesso	259
11.3	Ritorno alla idea centrale di de Broglie, come “contaminazione” della formula $E = h\nu$ di Planck e della relazione massa–energia di Einstein	268
11.4	Ritorno alla idea centrale di Schrödinger. L’idea della “meccanica ondulatoria”, e deduzione della formula per la velocità di fase	270
11.5	Altri argomenti: NOTA PER GLI AUTORI	277
12	Interazione radiazione materia I. L’identità di Wheeler–Feynman, la causalità microscopica, e le relazioni di dispersione	279
12.1	Le equazioni di Maxwell microscopiche, la soluzione di Hertz per il dipolo elettrico, e la formula di Larmor per l’energia irraggiata	280
12.2	La forza di reazione di radiazione o <i>self force</i> , e l’equazione di moto di ALD per una carica microscopica	283
12.3	I calcoli per la soluzione di Hertz	286
12.4	Modello unidimensionale di dielettrico. Modi normali non irraggianti, Orbite atomiche stabili. L’identità di Wheeler e Feynman.	293
12.5	Una formulazione generale dell’identità di WF	307
12.6	La teoria microscopica dei polaritoni	311
13	Interazione radiazione–materia II. Deduzione dell’ottica macroscopica: gli spettri classici	313
13.1	Il passaggio dall’elettromagnetismo microscopico a quello macroscopico. Primo passo: medie spaziali	314
13.2	Le medie in fase e il teorema di Green–Kubo per la polarizzazione	319
13.3	Le relazioni di Kramers–Kronig, e la “ <i>f</i> –sum rule”	323
13.4	Lo spettro discreto nel caso classico	327
	Parte Terza: EPR, Bell e Dirac	333
14	L’elettrodinamica classica di Dirac, come teoria a parametri nascosti che viola la “vital assumption” di Bell	337
14.1	La “forza di reazione di radiazione”, l’equazione di Abraham Lorentz Dirac (ALD) e il suo carattere perturbativo	337
14.2	Si apre il vaso di Pandora: il carattere di perturbazione singolare dell’equazione di ALD	338
14.3	La prescrizione nonrunaway di Dirac. Analogia con il problema della ricerca degli autovettori	340
14.4	L’effetto tunnel. Violazione della vital assumption di Bell	345

14.5	Il problema della causalità. Analogia con quello della irreversibilità	346
15	EPR, 1935	349
15.1	La “formulazione ortodossa” della meccanica quantistica, e il problema dei parametri nascosti	350
15.2	Einstein, Podolski e Rosen (EPR)	353
15.2.1	Descrizione dettagliata del lavoro	354
15.2.2	La risposta di Bohr. I commenti di Einstein e la sua “profonda solitudine” a Princeton	358
15.3	The classical program, primo febbraio 1949	361
16	BELL, 1964	367
16.1	Il contributo di Bell	367
16.2	Un “divertissement”. L’analogo delle disuguaglianze di Bell in un gioco del tipo gratta e vinci	374
17	Problemi di carattere generale	379
17.1	Il punto di vista di Accardi. Ruolo delle probabilità condizionate	379
17.2	L’esempio delle due fenditure come visto da Accardi	383
17.3	Il problema delle due fenditure come discusso da Feynman, e la critica di Koopman	386

Prefazione

È ben noto che Einstein fu sempre insoddisfatto dell'interpretazione comunemente accettata della meccanica quantistica (MQ), che egli amava chiamare “ortodossa”. Lungo tutta la sua vita, a partire del 1911, e particolarmente dopo l'anno 1927 in cui tale interpretazione venne fissata, egli continuò a sostenere che dovesse essere possibile realizzare un “*classical program*”, consistente nel riprodurre le predizioni della MQ con una teoria avente un carattere “realistico”. Che cosa si debba intendere esattamente per “teoria realistica” non è completamente chiaro. È certo comunque che Einstein sarebbe stato d'accordo nel qualificare come realistica una teoria formulata in termini di orbite soddisfacenti le equazioni di Newton. Questo programma è stato realizzato molto recentemente, e lo illustreremo in queste note, in un ambito particolare, quello degli spettri infrarossi dei cristalli ionici. È vero che non si tratta ancora di uno spettro che coinvolge direttamente il moto degli elettroni, come nel caso paradigmatico dell'atomo di Idrogeno, ma si tratta in ogni caso di un controesempio alla validità del dogma “*no energy levels, no lines*”. Al minimo, questo controesempio dimostra che nel problema delle relazioni tra fisica classica e MQ vi è ancora molto da capire.

Scopo di queste note è di ripercorrere storicamente i punti nevralgici di crisi della fisica classica, per i quali venne introdotta la nuova meccanica, e di riconsiderarli alla luce dei nuovi risultati ottenuti in ambito classico dopo la formazione della MQ. Illustreremo allora come questi risultati hanno permesso di compiere dei progressi lungo la linea del programma di Einstein.

I punti nevralgici di crisi della fisica classica sembrano essere tre. Anzitutto il principio di equipartizione dell'energia, che ha dato origine alla quantizzazione dell'oscillatore armonico con la legge di Planck nel dicembre 1900. Poi il problema degli spettri atomici, che ha condotto alla rivoluzione del triennio 1925–1927. E infine quello dei fenomeni quantistici peculiari messi in luce a seguito del lavoro di Bell del 1964, ispirato al lavoro di Einstein, Podolsky e Rosen del 1935. Questi temi, e i corrispondenti nuovi passi compiuti, sono discussi nelle tre parti in cui sono suddivise le presenti note.

I nuovi elementi che hanno reso possibile i progressi lungo la linea di Einstein sono divenuti disponibili dopo l'anno 1954, e in generale sono connessi sia a moderni risultati della teoria dei sistemi dinamici, sia alla comprensione di alcuni aspetti centrali della interazione radiazione–materia. Nell'ambito

della teoria dei sistemi dinamici, un ruolo centrale fu svolto dalla comprensione della generale coesistenza di moti ordinati e moti caotici. Si tratta del grande teorema di Kolmogorov del 1954 sui tori invarianti e dei risultati numerici di Contopoulos e di Hénon ed Heiles degli anni sessanta, e inoltre della scoperta recente che tale coesistenza persiste anche nei sistemi macroscopici, contro la diffusa opinione (in realtà, un pregiudizio infondato) che per tali sistemi possano presentarsi solo moti caotici. L'altro elemento moderno rilevante, risalente al 1957, riguarda la meccanica statistica, ed è costituito dai metodi di Green–Kubo per la teoria della risposta lineare. Esso svolge un ruolo fondamentale sia in relazione al problema dell'equartizione dell'energia (problema dei calori specifici), sia in relazione alla definizione microscopica, e al calcolo, degli spettri atomici. Infine il terzo elemento riguarda l'interazione radiazione–materia in ambito classico. Qui si hanno due “moderni” risultati. Da una parte vi è l'identità di Wheeler e Feynman (WF), che fu enunciata e congetturata già nel 1945, ma fu dimostrata più tardi, nel 2003 in un modello particolare, e in generale nel 2015. Essa svolge un ruolo fondamentale nell'eliminare la instabilità dell'atomo di Rutherford (caduta degli elettroni sul nucleo), o meglio di un sistema macroscopico di atomi. Dall'altra parte vi è la comprensione del carattere di perturbazione singolare dell'equazione di Abraham, Lorentz e Dirac (ALD), che descrive il moto di una particella in presenza della forza di reazione di radiazione. Tale carattere di perturbazione singolare permette di mostrare come l'equazione ALD manifesti proprietà qualitative altrimenti inconcepibili, che sembrano corrispondere ad alcune delle proprietà divenute familiari dopo Bell, solitamente considerate caratteristiche della teoria quantistica.

La conclusione generale sembra essere la seguente. Nei punti critici per i quali fu introdotta la MQ, si tratterebbe di situazioni in cui è estremamente difficile affermare in maniera precisa quali siano le predizioni della fisica classica. La MQ appare come una geniale invenzione che aggira tali problemi, e potrebbe risultare compatibile (e in certa misura già lo è) con una trattazione classica. Potrebbe forse anche realizzarsi il sogno estremo di Einstein, ovvero che la MQ non sia altro che un teorema della fisica classica. Fisica classica che tuttavia implica, come si vedrà, un superamento della concezione deterministica laplaciana, in quanto viene formulata nell'ambito della descrizione di WF, e inoltre deve tener conto delle prescrizioni al contorno caratteristiche dell'elettrodinamica di Dirac.