

Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.

Cognome _____ Nome _____ matr. _____

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE PER CHIMICA (20 settembre 2007)

1. (3 punti) Si rappresenti nel piano di Argand-Gauss il numero complesso $w=11+11i$. Se ne trovi poi la sesta potenza (in forma algebrica).
2. (13 punti) Della funzione $f(x) = \arctan\left(\frac{x}{5-x}\right) - \frac{x}{3}$ si determinino:
 - a) insieme di definizione;
 - b) limiti ed eventuali asintoti negli estremi dell'insieme di definizione;
 - c) intervalli di monotonia, punti di estremo relativo e valori in essi assunti da $f(x)$;
 - d) zeri e segno;
 - e) equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa 0;
 - f) grafico di $f(x)$.
3. (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione $x \ln(1-2x)$.
4. (4 punti) Nel piano con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si tracci (con considerazioni elementari) il grafico della funzione $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-7)$. Nel semipiano dei punti di ascissa ≤ 4 tale grafico delimita con l'asse x , l'asse y e la retta di equazione $y = -\frac{9}{2}$ una sola regione limitata R : la si tratteggi. Si calcoli infine l'area di R .
5. (5 punti) Si consideri la funzione $f(t) = \frac{t}{e^t - t}$.
 - a) Se ne determini l'insieme di definizione e si stabilisca a quale funzione è asintotica per t che tende a $+\infty$.
 - b) Si stabilisca se l'integrale $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ converge.
6. (4 punti) Si determinino e si studino i punti critici della funzione di due variabili
$$f(x, y) = 3x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2.$$
7. (5 punti) Si consideri l'equazione differenziale: $y' + 5y = 2y^2$.
 - a) Dopo averla riconosciuta, se ne calcoli l'integrale generale.
 - b) Si determini la soluzione particolare che soddisfa la condizione iniziale $y(0) = 0$.
8. (3 punti) Si trovi un vettore non nullo di \mathbf{R}^3 ortogonale ad entrambi i vettori $\mathbf{u}=(1,7,-2)$ e $\mathbf{v}=(3,-5,1)$.