Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.
*Cognome*____________________________*Nome*_______________________*matr.*_________

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE PER CHIMICA (22/9/2008)

1. (3 punti) Sia $z = i - 2\sqrt{6}$ una radice terza di un numero complesso w. Si rappresentino nel piano di Argand-Gauss le restanti radici terze di w e di ciascuna si trovi la forma algebrica.

2. (10 punti) Della funzione $f(x) = \ln\left(\frac{2x-1}{x+3}\right) - \frac{7}{8}x^2$ si determinino:
   a) insieme di definizione, limiti ed eventuali asintoti nei suoi estremi;
   b) derivata prima, mostrando che ha uno zero in $x = 1$;
   c) intervalli di monotonia, eventuali estremi relativi e valori in essi assunti dalla funzione;
   d) grafico. È possibile desumerne informazioni sulla localizzazione degli zeri ed il segno della funzione?

3. (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito $\int \frac{x}{4+9x^4}dx$.

4. (6 punti) Nel piano con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si traccino (con considerazioni elementari) i grafici delle funzioni $f(x) = x^3 - 12x - 9$ e $g(x) = -\frac{21}{4}(x+3)$. Si mostri che i due grafici si intersecano nel punto di ascissa -3; si trovino le altre intersezioni. Si tratteggi infine la regione *limitata* R del piano delimitata dai due grafici e dalle rette di equazioni $x = -3$ e $x = 1$ e si calcoli l'area di R.

5. (4 punti) Si consideri la $f(t) = \frac{1}{\sqrt{t(t+2)(t+4)}}$.
   a) Si trovino funzioni più semplici a cui è asintotica negli estremi dell'intervallo $(0,+\infty)$.
   b) Si dica di che tipo è l'integrale $\int_{0^+}^{+\infty} f(t)\,dt$ e si stabilisca se converge.

6. (6 punti) Si determinino e si studino i punti critici della funzione di due variabili
$$f(x,y) = x^4y + x^2y^3 - y$$
e si calcoli l'equazione del piano tangente al grafico in $(1, 1, f(1,1))$.

7. (5 punti) Si consideri l'equazione differenziale: $y' = (3t-2)(\cos y)^2$.
   a) Dopo averla riconosciuta, se ne calcoli l'integrale generale.
   b) Si determinino le due soluzioni particolari che soddisfano rispettivamente le condizioni iniziali $y(0) = \frac{\pi}{4}$ e $y(0) = \frac{5\pi}{4}$.

8. (3 punti) Si determini la matrice inversa della matrice $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 0 & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$