

Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.

Cognome _____ Nome _____ matr. _____

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE PER CHIMICA (20/6/2008)

1. (3 punti) Si determinino il modulo ed un argomento del numero complesso $\frac{\sqrt{3}-i}{1+i}$.
2. (12 punti) Della funzione $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-3x}}$ si determinino:
 - a) insieme di definizione e segno
 - b) limiti ed eventuali asintoti negli estremi dell'insieme di definizione;
 - c) derivata prima e suo limite per $x \rightarrow 0^-$
 - d) intervalli di monotonia, segnalando eventuali punti di estremo relativo o assoluto;
 - e) equazione della retta tangente nel punto del grafico di ascissa $x = -1$;
 - f) grafico.
3. (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito $\int x \ln(x+1) dx$.
4. (5 punti) Nel piano con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si traccino (con considerazioni elementari) i grafici delle funzioni $f(x) = e^{2x} - 1$ e $g(x) = 2x$, con dominio ristretto all'intervallo $[-1, 1]$. Si trovino le intersezioni tra i due grafici; si tratteggi la regione *limitata* R del piano delimitata da essi e dalle rette di equazioni $x = -1$ e $x = 1$ e si calcoli l'area di R .
5. (4 punti) Si consideri la funzione $f(t) = \frac{1}{(1+t^2)\ln t}$.
 - a) Si trovino due funzioni (più semplici) asintotiche a $f(t)$ rispettivamente per $t \rightarrow 1^+$ e per $t \rightarrow +\infty$.
 - b) Si dica di che tipo è l'integrale $\int_{1^+}^{+\infty} f(t) dt$ e si stabilisca se converge.
6. (5 punti) Si determinino e si studino i punti critici della funzione di due variabili $f(x, y) = (\sin x)(\cos y)$.
7. (5 punti) Si consideri l'equazione differenziale: $y' - 2y \tan t = \sin t$.
 - a) Dopo averla riconosciuta, se ne calcoli l'integrale generale.
 - b) Si determini la soluzione particolare che soddisfa la condizione iniziale $y(0) = 1$.
8. (3 punti) Si stabilisca per quali valori del parametro reale k è invertibile la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & k+1 & -k \\ 2k & -1 & 1 \\ -3 & 4 & k-5 \end{pmatrix}$$