Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.

*Cognome*____________________________*Nome*_______________________*matr.*________

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE PER CHIMICA (22/7/2008)

1. (3 punti) Si determinino il modulo ed un argomento del numero complesso $(1-i)\left(\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}i\right)^9$.

2. (12 punti) Della funzione $f(x)=x\sqrt{1-8x^3}$ si determinino:
   a) insieme di definizione e segno ed eventuali zeri;
   b) valori o limiti (ed eventuali asintoti) negli estremi dell'insieme di definizione;
   c) derivata prima e suo limite per $x \to \frac{1}{2}^-$;
   d) intervalli di monotonia, eventuali punti di estremo relativo o assoluto e valori in essi assunti;
   e) equazioni delle due rette tangenti nei punti del grafico di ascissa $x=0$ e $x=\frac{1}{2}$;
   f) grafico.

3. (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito $\int\left(\sqrt{-x}+xe^{2x+1}\right)dx$.

4. (5 punti) Nel piano con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si traccino (con considerazioni elementari) i grafici delle funzioni $f(x)=\frac{-1}{x+1}$ e $g(x)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{4}{3}x-1$, con dominio ristretto all'intervallo $\left[-\frac{1}{3},2\right]$. Si trovino le intersezioni tra i due grafici; si tratteggi la regione *limitata* R del piano delimitata da essi e dalle rette di equazioni $x = -1/3$ e $x = 2$ e si calcoli l'area di R.

5. (4 punti) Si consideri la funzione $f(t)=\frac{t}{\ln\left(t^2\right)}$.
   a) Si calcolino i suoi limiti per $t \to 0^+$ e per $t \to 1^-$. Se uno o entrambi non fossero finiti, si determini una funzione (più semplice) asintotica a $f(t)$ in prossimità del punto in questione.
   b) Si dica di che tipo è l'integrale $\int_{0^+}^{1^-} f(t)\,dt$ e si stabilisca se converge.

6. (5 punti) Si determinino e si studino tutti i punti critici della funzione di due variabili
$$f(x,y)=(\sin x)^2-2(\cos y)$$
   contenuti nella regione $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\times(-\pi,\pi]$.

7. (5 punti) Si consideri l'equazione differenziale: $y'=\frac{1}{10}(5-y)(2-y)$.
   a) Dopo averla riconosciuta, se ne calcoli l'integrale generale.
   b) Si determini la soluzione particolare che soddisfa la condizione iniziale $y(0)=0$ evidenziandone il dominio.

8. (3 punti) Si considerino in $\mathbf{R}^3$ i due vettori $\mathbf{u}$ = (1,2,0) e $\mathbf{v}$ = (0,1,1). Si calcoli la misura in radianti dell'angolo convesso che il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\wedge\mathbf{v}$ forma con il vettore $\mathbf{w}$ = (1,1,2).