

**Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.**

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ matr. \_\_\_\_\_

Indirizzo e-mail:	Corso di Laurea:
Orale non nei giorni:	Anno di corso:

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE PER CHIMICA (16/6/2009)

- (3 punti) Si evidenzino la parte reale, la parte immaginaria, il modulo e l'argomento principale del numero complesso  $8\sqrt{3}i - 8$ . Se ne calcolino in forma algebrica le radici quarte, dopo averle rappresentate nel piano di Argand - Gauss.
- (9 punti) Della funzione  $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x(x+1)}\right)$  si determinino:
  - insieme di definizione, segno e limiti (con eventuali asintoti) negli estremi;
  - intervalli di monotonia, punti di estremo relativo e valori in essi assunti da  $f(x)$ ;
  - equazione della retta tangente al grafico nel punto del grafico di ascissa  $x = -1/2$ ;
  - grafico. Senza studiare la derivata seconda, si stabilisca se esiste almeno un punto di flesso.
- (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione  $xe^{x^2-1}$ .
- (6 punti) Nel piano con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si traccino (con veloci considerazioni) i grafici delle funzioni  $f(x) = x \cos x$  e  $g(x) = -x$ , limitatamente all'intervallo  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ . Si trovino le intersezioni tra i due grafici; si tratteggi la regione *limitata*  $R$  del piano delimitata da essi e dalle rette di equazioni  $x = -\frac{\pi}{2}$  e  $x = \frac{\pi}{2}$  e si calcoli l'area di  $R$ .
- (5 punti) Si consideri la funzione  $f(t) = \frac{\sqrt{t}}{(1+t^2)\ln(1+2t)}$ .
  - Si trovi in quali intervalli è definita e continua precisandone il segno.
  - Per ciascuno degli estremi dell'insieme di definizione si trovi una funzione più "semplice" di  $f(t)$  a cui  $f(t)$  è asintotica.
  - Si stabilisca l'integrale improprio  $\int_{0^+}^{+\infty} f(t) dt$  è convergente.
- (5 punti) Si determinino e si studino i punti critici della funzione di due variabili
$$f(x, y) = x^3 - xy^2 - x + y.$$
- (5 punti) Si riconosca l'equazione differenziale  $y' = 3y^2\sqrt{1-t}$ .
  - Se ne calcoli l'integrale generale.
  - Si determini la soluzione  $y(t)$  che soddisfa la condizione iniziale  $y(0) = 2$  e quella che soddisfa la condizione iniziale  $y(0) = 0$ .
- (4 punti) Si trovi il vettore  $\mathbf{w}$  di  $\mathbf{R}^3$  ortogonale a  $\mathbf{u} = (3, 4, 0)$  e  $\mathbf{v} = (-3, 0, 1)$ , che ha modulo 1 e forma con  $(0, 1, 0)$  un angolo ottuso.