Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.

*Cognome*__________________________*Nome*_____________________*matr.*________

Indirizzo e-mail:	Corso di Laurea:
Orale non nei giorni:	Anno di corso:

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE PER CHIMICA (21/7/2009)

1. (3 punti) Si risolva l'equazione $z|z|^2 = 5i$.

2. (10 punti) Della funzione $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x^2 - x}}{x}$ si determinino:
   a) insieme di definizione, segno e limiti (con eventuali asintoti) negli estremi;
   b) intervalli di monotonia, punti di estremo relativo e valori in essi assunti da $f(x)$;
   c) equazione della retta tangente al grafico nel punto del grafico di ascissa $x = 1$;
   d) grafico. Senza studiare la derivata seconda, si stabilisca se esistono punti di flesso.

3. (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione $2x^2\cos(3x^3)$.

4. (5 punti) Nel piano con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si traccino (con veloci considerazioni) i grafici delle funzioni $f(x) = 2^{-x}$ e $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$, limitatamente all'intervallo $[-1,1]$. Si trovino le intersezioni tra i due grafici; si tratteggi la regione *limitata* R del piano delimitata da essi e dalle rette di equazioni $x = -1$ e $x = 1$ e si calcoli l'area di R.

5. (5 punti) Si consideri la funzione $f(t) = \dfrac{\ln(t+1)}{t^{3/2}}$.
   a) Si trovi in quali intervalli è definita e continua precisandone il segno.
   b) Si trovi a quale potenza di t la funzione $f(t)$ è asintotica quando t tende a zero dalla destra.
   c) Si stabilisca l'integrale improprio $\int_{0^+}^{+\infty} f(t)\,dt$ è convergente e, facoltativamente, lo si calcoli.

6. (5 punti) Si determinino e si studino i punti critici della funzione di due variabili
$$f(x,y) = x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 - x + y.$$

7. (5 punti) Si riconosca l'equazione differenziale $y'' + 3y' + 2y = 20\cos 2t$.
   a) Se ne calcoli l'integrale generale.
   b) Si determini la soluzione $y(t)$ che soddisfa le condizioni iniziali $\begin{cases} y(0) = 0 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$.

8. (4 punti) Si verifichi che i tre vettori **u** = (0,1,0), **v** = (2,–1,3) e **w** = (0,4,–1) di $\mathbf{R}^3$ sono indipendenti e si scriva il vettore **a** = (2,0,0) come loro combinazione lineare.