Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.

*Cognome*____________________________*Nome*_______________________*matr.*_________

Indirizzo e-mail:	Corso di Laurea:
Orale non nei giorni:	Anno di corso:

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE PER CHIMICA (22/9/2009)

1. (3 punti) Si trovi il modulo ed un argomento del numero complesso $\dfrac{4\sqrt{3}\,i-4}{\sqrt{2}-\sqrt{2}\,i}$ e lo si rappresenti sul piano di Argand-Gauss.

2. (10 punti) Della funzione $f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{2-x}}$ si determinino:
   - **a)** insieme di definizione, zeri, segno e limiti (con eventuali asintoti) negli estremi;
   - **b)** intervalli di monotonia, punti di estremo relativo e valori in essi assunti da $f(x)$;
   - **c)** intervalli di convessità o concavità ed eventuali punti di flesso;
   - **d)** equazione della retta tangente al grafico nel punto del grafico di ascissa $x=1$;
   - **e)** grafico.

3. (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione $x\ln(4x^2-1)$ sull'intervallo $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$.

4. (5 punti) Nel piano con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si traccino (con veloci considerazioni) i grafici delle funzioni $f(x)=x^3-1$ e $g(x)=-2x^2+x+1$, limitatamente all'intervallo $[-1,1]$. Si trovino le intersezioni tra i due grafici; si tratteggi la regione *limitata R* del piano delimitata da essi e dalle rette di equazioni $x=-1$ e $x=1$ e si calcoli l'area di *R*.

5. (5 punti) Si consideri la funzione $f(t)=\dfrac{\sqrt[3]{t}}{\ln(1+3t)}$.
   - **a)** Si trovi in quali intervalli è definita e continua precisandone il segno.
   - **b)** Si trovi a quale funzione della forma $k\cdot t^{\alpha}$, con k e α razionali, la funzione $f(t)$ è asintotica quando t tende a zero dalla destra.
   - **c)** Per ciascuno degli integrali impropri $\int_{0^+}^{4} f(t)\,dt$ e $\int_{10}^{+\infty} f(t)\,dt$ si stabilisca se è convergente.

6. (5 punti) Si determinino e si studino i punti critici della funzione di due variabili
$$f(x,y)=y\left(e^{x^2}-y-e\right).$$

7. (5 punti) Si riconosca l'equazione differenziale $y'=\dfrac{y}{\tan t}+(\sin t)^3$.
   - **a)** Se ne calcoli l'integrale generale sul più grande intervallo possibile contenente il punto $\dfrac{5\pi}{4}$.
   - **b)** Si determini la soluzione $y(t)$ che soddisfa la condizione iniziale $y\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)=0$.

8. (4 punti) In dipendenza dal parametro reale k si determini il rango della matrice
$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 3 & 1+k & 1-2k\\ 1 & 0 & -k\end{pmatrix}$$