

**Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.**

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ matr. \_\_\_\_\_

Intendo sostenere l'orale nella settimana (barrare la settimana che interessa. N.B. l'esame può essere al pomeriggio):

1/2-5/2     8/2-12/2     15/2-17/2     22/2-26/2     questa settimana

con l'esclusione dei seguenti giorni: .....

Intendo sostenere la prova completa del 9/2 se il voto è < ..... indirizzo e-mail: \_\_\_\_\_

ISTITUZIONI di Matematiche/Matematica PER CHIMICA F45 e F5X (26/1/2010)

1. (10 +1 punti) Della funzione  $f(x) = \ln\left(\frac{|x|}{2x+3}\right) - \frac{2}{x}$  si determinino:
  - a) insieme di definizione e limiti (con eventuali asintoti) negli estremi;
  - b) intervalli di monotonia, punti di estremo relativo e valori in essi assunti da  $f(x)$ ;
  - c) segno;
  - d) (Solo F5X) intervalli di convessità o concavità ed eventuali punti di flesso;
  - e) equazione della retta tangente al grafico nel punto del grafico di ascissa  $x = -1$ ;
  - f) grafico.
2. (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione  $\frac{\sin x}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x}$ .
3. (5 punti) Nel piano con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si traccino (con considerazioni elementari) i grafici delle funzioni  $f(x) = \ln\left(1 + \frac{x}{2}\right)$  e  $g(x) = 1 + x^2$ , limitatamente all'intervallo  $[-1, 2]$ . Si tratteggi la regione *limitata*  $R$  del piano delimitata dai due grafici e dalle rette di equazioni  $x = -1$  e  $x = 2$  e si calcoli l'area di  $R$ .
4. (6 punti) Si consideri la funzione  $f(t) = \frac{\ln t}{\sqrt{t^3 + t}}$ .
  - a) Si trovi in quali intervalli è definita e continua e se ne studi il segno.
  - b) Si trovino funzioni più semplici cui  $f(t)$  è asintotica negli estremi del suo insieme di definizione e si stabilisca se l'integrale improprio  $\int_{0^+}^{+\infty} f(t) dt$  è convergente.
5. (4 punti) Si determinino e si studino i punti critici della funzione di due variabili  $f(x, y) = (e^x - x)y \ln y$ .
6. (4 + 2 punti) Si riconosca l'equazione differenziale  $y' = (y-1)^2 \tan x$ .
  - a) Se ne determini la soluzione particolare  $y(t)$  che soddisfa la condizione iniziale  $y\left(\frac{2}{3}\pi\right) = 4$ : qual è il dominio della soluzione di tale problema di Cauchy?
  - b) (solo F5X) Si risolva il problema di Cauchy con condizione iniziale  $y\left(\frac{2}{3}\pi\right) = 1$ .
7. (5 punti) In dipendenza dal parametro reale  $k$  si stabilisca se è risolubile il sistema
$$\begin{cases} (k-1)x - y = k+1 \\ x + 2y + z = 0 \\ -x + 2ky + z = -6 \end{cases}$$
e per i valori di  $k$  per cui è risolubile si specifichi se la soluzione è unica, ovvero da quanti parametri dipende.
8. (Solo F45) (3 punti) Si trovino parte reale, parte immaginaria, modulo ed un argomento del numero complesso  $(i-1)(2-2\sqrt{3}i)$  e lo si rappresenti sul piano di Argand-Gauss.