

Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.

Cognome _____ Nome _____ matr. _____

Non posso sostenere l'orale nei giorni:
indirizzo e-mail: _____

ISTITUZIONI di Matematiche/Matematica PER CHIMICA F45 e F5X (23/2/2010)

- (10 +1 punti) Della funzione $f(x) = \sqrt{\frac{16x^2 - 25}{4x - 13}}$ si determinino:
 - l'insieme di definizione, gli zeri, il segno e i limiti (con eventuali asintoti) negli estremi;
 - gli intervalli di monotonia, i punti di estremo relativo e i valori in essi assunti da $f(x)$;
 - equazione della retta tangente al grafico nel punto del grafico di ascissa $x = 0$;
 - grafico.
 - (Solo F5X)** Senza studiare la derivata seconda, è possibile dire se la funzione presenta almeno un punto di flesso? Si motivi.
- (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione $e^{x/3} \cos x$.
- (5 punti) Nel piano con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si traccino (con considerazioni elementari) i grafici delle funzioni $f(x) = -x - \frac{2}{\pi}x^2$ e $g(x) = \sin x$ limitatamente all'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Si trovino eventuali intersezioni tra i due grafici; si tratteggi la regione *limitata* R del piano delimitata da essi e dalle rette di equazioni $x = -\frac{\pi}{2}$ e $x = \frac{\pi}{2}$ e si calcoli l'area di R .
- (6 punti) Si consideri la funzione $f(t) = \frac{1 - e^{-2t}}{t^{3/2}}$.
 - Si trovi in quali intervalli è definita e continua e se ne studi il segno.
 - Si trovino funzioni più semplici cui $f(t)$ è asintotica negli estremi del suo insieme di definizione e si stabilisca se l'integrale improprio $\int_{0^+}^{+\infty} f(t)dt$ è convergente.
- (4 punti) Si determinino e si studino i punti critici della funzione di due variabili
$$f(x, y) = x^2 y + \frac{1}{3}y^3 - y + \frac{2}{3}.$$
- (2 + 4 punti) Si riconosca l'equazione differenziale $3y' = \frac{1}{t}(y-1)(y+2)$.
 - (solo F5X)** È possibile stabilire se la soluzione massimale del problema di Cauchy con condizione iniziale $y(1) = \frac{1}{2}$ è monotona, senza ricavarla?
 - Si trovi tale soluzione, indicandone il dominio.
- (5 punti) Sia k un parametro reale. Assegnati in \mathbf{R}^3 un sistema di riferimento ortogonale $Oxyz$ e i quattro punti che rispetto ad esso hanno coordinate $(1,0,0)$, $(k+1,1,0)$, $(k,k+1,2)$, $(3,2k,0)$, si stabilisca per quali valori di k essi sono
 - a due a due distinti,
 - complanari,
 - allineati.
- (Solo F45)** (3 punti) Si trovino parte reale, parte immaginaria, modulo ed un argomento del numero complesso $z = (1+i)^5$ e si rappresentino sul piano di Argand-Gauss tutte le radici quinte di z .