

Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.

Cognome _____ Nome _____ matr. _____

Non posso sostenere l'orale nei giorni:
indirizzo e-mail: _____

ISTITUZIONI di Matematiche/Matematica PER CHIMICA F45 e F5X (20/7/2010)

- (13 punti) Della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - 2x$ si determinino:
 - insieme di definizione, zeri e segno;
 - limiti (con eventuali asintoti) negli estremi dell'insieme di definizione;
 - gli intervalli di monotonia, eventuali punti di estremo relativo e valori in essi assunti da $f(x)$;
 - gli intervalli di concavità / convessità;
 - equazioni delle rette tangenti al grafico negli zeri;
 - il grafico.
- (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione definita sull'intervallo $(1, +\infty)$ dalla legge
$$\frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x}$$
- (5 punti) Si studi brevemente la funzione definita sull'intervallo $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ da $g(x) = x \sin(\pi x)$ (in particolare segno e valori negli estremi del dominio) e se ne tracci il grafico. Si tratteggi poi la regione *limitata* R del piano delimitata dal grafico, dall'asse x e dalle rette di equazione $x = -\frac{1}{2}$ e $x = \frac{3}{2}$ e si calcoli l'area di R .
- (4 punti) Si stabilisca se l'integrale improprio $\int_{0+}^{+\infty} (t^{-\frac{1}{2}} e^{1-t}) dt$ converge.
- (3+3 punti) Si consideri la funzione di due variabili $f(x, y) = x^4 - xy^2 + 4y$.
 - Se ne determinino e studino gli eventuali punti critici
 - (solo F5X)** Si trovi l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto del grafico di ascissa -1 e ordinata 1 .
- (6 punti) Si riconosca l'equazione differenziale $y'' + 2y' - 8y = e^{2t}$. Si trovi la soluzione del relativo problema di Cauchy con condizioni iniziali $y(\ln 2) = 0$, $y'(\ln 2) = 0$.
- (3 punti) Si calcoli il determinante della matrice quadrata di ordine 4 formata accostando i quattro vettori di \mathbf{R}^4
$$\mathbf{a} = (1, 1, 0, 0), \mathbf{b} = (0, -1, 1, 1), \mathbf{c} = (0, 1, -1, 1), \mathbf{d} = (1, -1, 0, 1).$$
Che cosa si può dedurre sui quattro vettori?
- (3 punti) **(Solo F45)** Si determinino il modulo e l'argomento principale della quarta potenza z^4 del numero complesso $z = \frac{2i - 2}{1 + \sqrt{3}i}$ e successivamente si trovi la forma algebrica di z^4 .