

**Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.**

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ matr. \_\_\_\_\_

Intendo sostenere l'orale nella settimana (barrare la settimana che interessa. N.B. l'esame può essere al pomeriggio):

11/2    15/2-18/2    21/2-25/2    28/2-4/3   indirizzo e-mail: \_\_\_\_\_

con l'esclusione dei seguenti giorni: .....

ISTITUZIONI di Matematiche/Matematica PER CHIMICA F45 e F5X (10/2/2011)

1. (10 punti) Della funzione  $f(x) = \sqrt{4x^2 - 3x} - 2x + 1$  si determinino:
  - a) insieme di definizione, zeri e segno;
  - b) limiti (con eventuali asintoti) negli estremi dell'insieme di definizione;
  - c) intervalli di monotonia;
  - d) equazione della retta tangente al grafico nel punto del grafico di ascissa  $x = 1$ ;
  - e) grafico.
2. (3 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione  $(e^{2x} + \sqrt{x^2 + x})(2x + 1)$  sull'intervallo  $[0, +\infty)$ .
3. (5 punti) Nel piano con l'ordinario sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si traccino (con considerazioni elementari) i grafici delle funzioni  $f(x) = 2^x + 1$  e  $g(x) = 3 - (x - 1)^3$  limitatamente all'intervallo  $[0, 2]$ . Si trovino eventuali intersezioni tra i due grafici; si tratteggi la regione *limitata*  $R$  del piano delimitata da essi e dalle rette di equazioni  $x = 0$  e  $x = 2$  e si calcoli l'area di  $R$ .
4. (5 punti) Si consideri la funzione  $f(t) = \frac{\ln(1 + \sqrt{t})}{t\sqrt{t+1}}$ .
  - a) Si trovi in quali intervalli è definita e continua e se ne studi il segno.
  - b) Si trovino funzioni più semplici cui  $f(t)$  è asintotica negli estremi del suo insieme di definizione e si stabilisca se l'integrale improprio  $\int_{0^+}^{+\infty} f(t) dt$  è convergente.
5. (5 punti) Si dica in quali regioni del piano è definita la funzione reale di due variabili reali
$$f(x, y) = xy + 3x - \frac{x^2}{y}$$
e se ne determinino e studino i punti critici.
6. (5 punti) Si riconosca l'equazione differenziale  $y' = (y^2 - 1) \cdot \frac{\sin x \cos x}{1 - 4(\cos x)^2}$ .  
Si risolvano i problemi di Cauchy rispettivamente con condizione iniziale  $y(\frac{\pi}{2}) = -1$  e  $y(\frac{\pi}{2}) = 0$ , individuando il dominio di tali soluzioni.
7. (4 punti) Si stabilisca per quali valori reali di  $k$  la matrice  $A = k \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$  è invertibile; nei casi in cui lo è se ne calcoli l'inversa, negli altri se ne determini il rango.
8. (3 punti) Si calcolino le soluzioni complesse dell'equazione  $4|z| = z^3$  e le si rappresentino sul piano di Argand-Gauss.