

Il presente foglio deve essere riconsegnato, compilato in ogni sua parte in stampatello.

Cognome _____ Nome _____ matr. _____

Non posso sostenere l'orale nei giorni:
indirizzo e-mail: _____

ISTITUZIONI di Matematiche/Matematica PER CHIMICA F45 e F5X (20/9/2011)

- (12 punti) Della funzione $f(x) = \sqrt{|x|} + \frac{1}{2x}$ si determinino:
 - insieme di definizione e limiti (con eventuali asintoti) nei suoi estremi;
 - derivata prima e derivata seconda e loro insieme di definizione;
 - intervalli di monotonia, eventuali punti di estremo relativo e valori in essi assunti da $f(x)$;
 - intervalli di concavità ed eventuali punti di flesso;
 - equazione della retta tangente al grafico nel suo punto di ascissa -1 ;
 - grafico.Dallo studio svolto si deducano informazioni sull'esistenza di zeri e, se ne esistono, per ciascuno di essi si individuino i due interi consecutivi tra cui è compreso.
- (4 punti) Come è possibile scomporre la funzione definita sull'intervallo $(1, +\infty)$ dalla legge $x \ln\left(\frac{x}{x^2-1}\right)$? Si calcoli l'integrale indefinito della funzione utilizzando tale scomposizione.
- (5 punti) Si studi brevemente la funzione definita sull'intervallo $[-2, 1]$ dalla legge $g(x) = xe^x$. Si calcoli l'area della regione *limitata* del piano delimitata dal grafico di tale funzione e dalle rette di equazione $y = x$, $x = -2$ e $x = 1$.
- (4 punti) Si stabilisca se l'integrale improprio $\int_{-1^+}^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$ converge e in caso affermativo lo si calcoli.
- (4 punti) Si consideri la funzione di due variabili $f(x, y) = 3x^2y^2 - 2x^3 - 3y^2$. Se ne determinino gli eventuali punti critici e li si studino, dopo aver studiato come varia il segno di $f(t, 0)$, al variare di t nei numeri reali.
- (5 punti) Si riconosca l'equazione differenziale $y' = \frac{1}{2}(y-1)(y-3)$. Si trovi la soluzione del relativo problema di Cauchy con condizione iniziale $y(0) = 2$; che cosa cambia se si pone come condizione iniziale $y(0) = 1$?
- (3 punti) Nello spazio con l'ordinario sistema di riferimento $Oxyz$ si considerino il punto $P \equiv (0, 1, 0)$ e la retta r di equazioni
$$\begin{cases} x - 2y + 5z = 1 \\ x - z = 3 \end{cases}$$
Si calcoli l'equazione del piano passante per P , parallelo a r e perpendicolare al piano yOz .
- (3 punti) Si stabilisca quante sono le soluzioni dell'equazione $|z^3| = -4z$ nel campo complesso. Quante di esse sono reali? Si motivi.